كلية الدراسات العليا

أوجه الإستدلال الرياضي التي يركز عليها معلمو الرياضيات، ومدى توافرها في كتب الرياضيات الفلسطينية للمرحلة الثانوية حسب معايير المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM)

Aspects of mathematical reasoning that teachers focused on and their presence in Palestinian Secondary Mathematics Textbooks according to NCTM Standards

رسالة ماجستير مقدمة من الطالبة

نور محمد الجبيهي

إشراف

د. رفاء الرمحي

جامعة بيرزيت – فلسطين

تموز 2020

كلية الدراسات العليا

أوجه الإستدلال الرياضي التي يركز عليها معلمو الرياضيات، ومدى توافرها في كتب الرياضيات الفلسطينية للمرحلة الثانوية حسب معايير المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM)

Aspects of mathematical reasoning that teachers focused on and their presence in Palestinian Secondary Mathematics Textbooks according to NCTM Standards

رسالة ماجستير مقدمة من الطالبة

نور محمد الجبيهي

إشراف

د. رفاء الرمحي – رئيساً

د. علا الخليلي – عضواً

د.جهاد الشويخ – عضواً

قدمت هذه الرسالة استكمالاً لمتطلبات درجة الماجستير في التربية – تعلم رياضيات

جامعة بيرزيت – فلسطين

تموز 2020

جامعة بيرزيت

BIRZEIT UNIVERSITY

كلية الدراسات العليا

أوجه الإستدلال الرياضي التي يركز عليها معلمو الرياضيات، ومدى توافرها في كتب الرياضيات الفلسطينية للمرحلة الثانوية حسب معايير المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM)

Aspects of mathematical reasoning that teachers focused on and their presence in Palestinian Secondary Mathematics Textbooks according to NCTM Standards

رسالة ماجستير مقدمة من الطالبة

نور محمد الجبيهي

اللجنة المشرفة	التوقيع
د. رفاء الرمحي – رئيساً	.....
د. جهاد الشويخ – عضواً	.....
د. علا الخليلي – عضواً	.....

تموز 2020

الإهداء

أهدي هذه الرسالة إلى والدي اللذين كان لهما الفضل من بعد الله، أن أصبحت معلمةً صانعة للأجيال، ومن ثم باحثة في الدراسات العليا.

أهدي هذه الرسالة لزوجي العزيز، الذي كان ولا زال دافعاً قوياً لي باتجاه الإستمرار في المسيرة العلمية، إيماناً منه برسالتها.

أهدي هذه الرسالة لأساتذتي الكرام في مراحلي الدراسية المتعاقبة، فهم شركاء في هذا الإنجاز.

شكر وتقدير

"وَلَقَدْ آتَيْنَا لُقْمَانَ الْحِكْمَةَ أَنِ اشْكُرْ لِلَّهِ"، إن الباحثة وفي هذا المقام، إذ تستشعر فضل الله عليها، و عظيم عطاياه ، وتشكره وتحمده، على أن استأمنها أمانة العلم والمضي بها في أرضه الواسعة .

والشكر موصول إلى كل من قدّم لي العون والمساعدة حتى تمكنت من انهاء هذه الدراسة ، لذا اتقدم بالشكر والتقدير للدكتورة رفاء الرمحي؛ لإشرافها على هذه الرسالة، وتقديم الملاحظات والتوجيهات السديدة، كما واتقدم بالشكر للدكتورة علا الخليلي والدكتور جهاد الشويخ؛ لقبولهما أن يكونا ضمن لجنة الإشراف، وتزويدي بالأفكار والإقتراحات لتحسين الرسالة وتطويرها .

كما و أتقدم بالشكر وعظيم الإمتنان لكافة المشاركين في الدراسة، الذين ساهموا في إتمام هذا العمل وخصصوا جزءاً من وقتهم؛ لتزويدي بالمعلومات المتعلقة بالرسالة .

فهرس المحتويات

الإهداء .....أ

شكر وتقدير ..... ب

ملخص الدراسة .....ر

الملخص باللغة الانجليزية .....س

الفصل الأول..... 1

مقدمة الدراسة :..... 1

مشكلة الدراسة : 3

أهداف الدراسة : 5

أهمية الدراسة ومبرراتها :..... 5

حدود الدراسة : 7

مصطلحات الدراسة : 8

الفصل الثاني 10

الإطار النظري والدراسات السابقة..... 10

المحور الأول : معايير المجلس القومي لمعلمي الرياضيات. 11

أولا : المجلس القومي لمعلمي الرياضيات. 11

نظرة عامة وموجزة عن مبادئ ومعايير الرياضيات المدرسية.....12

مبادئ ومعايير الرياضيات المدرسية : 13

معايير الرياضيات المدرسية :Standards For School Mathematics 14

المحور الثاني : الإستدلال الرياضي والبرهان: 16

معايير الاستدلال الرياضي والبرهان كما وردت في وثيقة (NCTM) لعام 2000 : 18
المحور الثالث : نظريات النمو المعرفي وعلاقتها بالإستدلال 21
الدراسات السابقة 26
المحور الأول : دراسات متعلقة بتحليل وتقويم وقياس جودة مناهج وكتب الرياضيات بناء على معيار الإستدلال الرياضي والبرهان..... 26
التعقيب على الدراسات السابقة للمحور الأول : 40
المحور الثاني : دراسات تناولت أوجه الإستدلال الرياضي والبرهان التي يركز عليها معلمو الرياضيات 40
التعقيب على الدراسات السابقة للمحور الثاني :..... 48
الفصل الثالث 50
منهجية الدراسة 50
مقدمة :.....50
منهجية الدراسة.....51
سياق الدراسة والمشاركون 51
أدوات الدراسة : 53
صدق الأدوات :.....54
ثبات الأدوات.....55
إجراءات تنفيذ الدراسة.....58
تحليل البيانات.....60
المعالجة الاحصائية 61
المعايير الاخلاقية 62

الفصل الرابع 63
عرض النتائج..... 63
المقدمة 63
النتائج المتعلقة بالسؤال الأول.....64
النتائج المتعلقة بالسؤال الثاني 80
الفصل الخامس 114
مناقشة نتائج الدراسة 114
مناقشة النتائج المتعلقة بالسؤال الأول : 115
مناقشة النتائج المتعلقة بالسؤال الثاني : 122
توصيات الدراسة.....135
تأملات الدراسة 136
المراجع 139
المراجع العربية : 139
المراجع الأجنبية : 146
الملاحق 156

فهرس الأشكال

رقم الشكل	عنوان الشكل	الصفحة
4-1	أمثلة من كتاب الرياضيات للصف الأول ثانوي علمي بجزأيه الأول والثاني على مؤشرات المعيار " ادراك الاستدلال والبرهان كنواحٍ أساسية للرياضيات	85
4-2	مثال من كتاب الرياضيات الصف الأول ثانوي علمي على معيار "صنع التخمينات الرياضية وتقصيه	87
4-3	أمثلة من كتاب الرياضيات للصف الأول ثانوي علمي بجزأيه على مؤشرات تطوير وتقييم حجج رياضية وبراهين	90
4-4	أمثلة من كتاب أول ثانوي علمي على مؤشرات المعيار انتقاء واستعمال أنواع متنوعة من الاستدلال واساليب البرهان	93
4-5	أمثلة من كتاب الرياضيات الصف الثاني ثانوي علمي بجزأيه على مؤشرات المعيار " ادراك الاستدلال والبرهان كنواحٍ أساسية للرياضيات	102
4-6	مثال من كتاب الرياضيات للصف الثاني ثانوي علمي على مؤشرات المعيار صنع التخمينات رياضية وتقصيها	104
4-7	أمثلة من كتاب الرياضيات الصف الثاني ثانوي علمي بجزأيه على مؤشرات المعيار تطوير وتقييم حجج رياضية وبراهين	106
4-8	أمثلة من كتاب الرياضيات للصف الثاني ثانوي علمي بجزأيه على مؤشرات المعيار انتقاء واستعمال أنواع متنوعة من الاستدلال وأساليب البرهان	109
5-1	أمثلة من كتب الرياضيات المرحلة الثانوية (الأول ثانوي والثاني ثانوي) الفرع العلمي على فقرات متبوعة بشرح وتفسير بصور	126
5-2	أمثلة من كتاب الرياضيات للصف الثاني ثانوي على براهين طُرِح اثباتها للمعرفة فقط	128
5-3	أمثلة من كتاب الرياضيات للصف الثاني ثانوي علمي بجزأيه على مؤشرات المعيار" إدراك الإستدلال والبرهان كنواحٍ أساسية للرياضيات"	137

فهرس الجداول

رقم الجدول	عنوان الجدول	رقم الصفحة
2-1	إطار التفكير المنطقي والاستدلال: تصورات المعلمين الأساسيين عن الاستدلال الرياضي	43
3-1	وصف للمعلمين المشاركين في الدراسة	52
3-2	معامل الثبات عند تحليل المحتوى عبر الزمن ، لكتب الرياضيات للصفوف الأول ثانوي بجزأيه الأول والثاني ، والصف الثاني ثانوي الجزء الثاني	57
3-3	معامل الثبات عند تحليل المحتوى عبر الأفراد، لكتاب الرياضيات للصف الثاني ثانوي الجزء الأول	58
4-1	نتائج تحليل مجال الإستدلال الرياضي والبرهان في محتوى كتاب الصف الأول ثانوي علمي بجزأيه الأول والثاني	81
4-2	الترتيب التنازلي للنسب المئوية للمعايير الرئيسية التابعة لمجال الاستدلال الرياضي والبرهان الواردة في كتب الرياضيات للمرحلة الثانوية الأول ثانوي الفرع العلمي بجزأيها	82
4-3	التكرارات والنسب المئوية للمعيار الرئيسي في المجال ادراك الاستدلال والبرهان كنواحٍ أساسية في الرياضيات والمؤشرات الخاصة به في مجال الاستدلال الرياضي والبرهان في كتاب الرياضيات للصف الأول ثانوي علمي بجزأيه الأول والثاني	83
4-4	التكرارات والنسب المئوية للمعيار الرئيسي في المجال " صنع التخمينات رياضية وتقصيها "والمؤشرات الخاصة به في مجال الاستدلال الرياضي والبرهان في كتاب الرياضيات للصف الأول ثانوي علمي بجزأيه الأول والثاني	86
4-5	التكرارات والنسب المئوية للمعيار الرئيسي في المجال تطوير وتقييم حجج رياضية وبراهين والمؤشرات الخاصة به في مجال الاستدلال الرياضي والبرهان في كتاب الرياضيات للصف الأول ثانوي علمي بجزأيه الأول والثاني	88
4-6	التكرارات والنسب المئوية للمعيار الرئيسي في المجال انتقاء واستعمال أنواع متنوعة من الاستدلال وأساليب البرهان والمؤشرات الخاصة به في مجال الاستدلال الرياضي والبرهان في كتاب الرياضيات للصف الأول ثانوي علمي بجزأيه الأول والثاني	91

4-7	النسب المئوية للمعايير الرئيسية الخاصة بمعيار الاستدلال الرياضي والبرهان في جميع الوحد الدراسية الواردة في كتاب الرياضيات للصف الأول ثانوي علمي بجزأيه الأول والثاني .	94
4-8	نتائج تحليل مجال الإستدلال الرياضي والبرهان في محتوى كتاب الصف الثاني ثانوي علمي بجزأيه الأول والثاني	98
4-9	الترتيب التنازلي للنسب المئوية للمعايير الرئيسية التابعة لمجال الاستدلال الرياضي والبرهان الواردة في كتب الرياضيات للمرحلة الثانوية الثاني ثانوي الفرع العلمي بجزأيها	99
4-10	التكرارات والنسب المئوية للمعيار الرئيسي في المجال " ادراك الاستدلال والبرهان كنواحٍ أساسية في الرياضيات" والمؤشرات الخاصة به في مجال الاستدلال الرياضي والبرهان في كتاب الرياضيات للصف الثاني ثانوي علمي بجزأيه الأول والثاني .	100
4-11	التكرارات والنسب المئوية للمعيار الرئيسي في المجال " صنع التخمينات رياضية وتقصيها "والمؤشرات الخاصة به في مجال الاستدلال الرياضي والبرهان في كتاب الرياضيات للصف الثاني ثانوي علمي بجزأيه الأول والثاني .	103
4-12	التكرارات والنسب المئوية للمعيار الرئيسي في المجال تطوير وتقييم حجج رياضية وبراهين والمؤشرات الخاصة به في مجال الاستدلال الرياضي والبرهان في كتاب الرياضيات للصف الثاني ثانوي علمي بجزأيه الأول والثاني	105
4-13	التكرارات والنسب المئوية للمعيار الرئيسي في المجال " انتقاء واستعمال أنواع متنوعة من الاستدلال وأساليب البرهان " والمؤشرات الخاصة به في مجال الاستدلال الرياضي والبرهان في كتاب الرياضيات للصف الثاني ثانوي علمي بجزأيه الأول والثاني	107
4-14	النسب المئوية للمعايير الرئيسية الخاصة بمعيار الاستدلال الرياضي والبرهان في جميع الوحد الدراسية الواردة في كتاب الرياضيات للصف الثاني ثانوي علمي بجزأيه الأول والثاني .	110

فهرس الملاحق

رقم الملحق	عنوان الملحق	الصفحة
1	وصف لمحتوى كتب الرياضيات الفلسطينية لصفين الأول ثانوي والثاني ثانوي العلمي	156
2	أسئلة المقابلات شبه المفتوحة للمعلمين	159
3	أداة تحليل المحتوى بصورتها النهائية	162

ملخص الدراسة

هدفت الدراسة الحالية إلى فحص أوجه الإستدلال الرياضي التي يركز عليها معلمو الرياضيات، ومدى توافرها في كتب الرياضيات الفلسطينية للمرحلة الثانوية حسب معايير المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM).

اعتُمِد المنهج الكيفي الوصفي التحليلي لتحقيق هدف هذه الدراسة، حيث صُممت مقابلات شبه مفتوحة مع أربعة من معلمي رياضيات المرحلة الثانوية، وصُممت أداة لتحليل محتوى كتب الرياضيات للمرحلة الثانوية (الأول ثانوي والثاني ثانوي) الفرع العلمي بجزأيه حسب معايير (NCTM) الخاصة بمجال الإستدلال الرياضي والبرهان .

أظهرت نتائج المقابلات أنّ المعلمين انصب تركيزهم على بعض أوجه الإستدلال الرياضي والبرهان، حيث أظهروا اهتماماً بالمعيار " إدراك الإستدلال والبرهان كنواحٍ أساسية للرياضيات " وذلك بتشجيع طلبتهم على تقديم تفسيرات وتبريرها، وإثارة تفكيرهم، وتحفيزهم على التحقق من الحل، والبحث عن طرق حل جديدة، أما بالنسبة لبقية المعايير(صنع التخمينات الرياضية وتقصيها، تطوير وتقييم حجج رياضية، انتقاء واستعمال أنواع متنوعة من الإستدلال وأساليب البرهان)، فكان الإهتمام بها يعتمد على مستوى الطلبة وطبيعة المادة المطروحة، وما يناسبها من معايير الإستدلال والبرهان، فمثلاً في وحدة المتتاليات والمتسلسلات يركز المعلمون على معيار صنع التخمينات الرياضية وتقصيها وخاصة مؤشر ملاحظة الأنماط و استنتاج قاعدة بطريقة منطقية، وذلك بسبب طبيعة محتوى الوحدة التي تدفع الطلبة لإكتشاف الأنماط واستنتاج القاعدة.

كما وجاءت نتائج المقابلات منسجمة مع نتائج تحليل محتوى كتب الرياضيات للمرحلة الثانوية (الأول ثانوي والثاني ثانوي بجزأيهما) للفرع العلمي، حيث إنّ مجال الإستدلال الرياضي والبرهان تواجد في كتاب الرياضيات للصف الأول ثانوي علمي بنسبة (63.6%)، بينما بلغت نسبة الإستدلال الرياضي والبرهان في كتاب الرياضيات للصف الثاني ثانوي علمي (52.6%)، و كان أكثر معايير الإستدلال ظهوراً في محتوى الكتب " إدراك الاستدلال والبرهان كنواحٍ أساسية للرياضيات "، حيث كانت الكتب زاخرةً بفقرات تشجع الطلبة على التفكير والتفسير والتبرير، والبحث عن طرق حل أخرى، والتحقق منها، أما بقية المعايير (صنع التخمينات الرياضية وتقصيها، تطوير وتقييم حجج رياضية، انتقاء واستعمال أنواع متنوعة من الإستدلال وأساليب البرهان)، فقد ظهرت بنسبٍ متقاربة، واعتمد ظهورها على طبيعة موضوع المادة المطروحة في الكتاب، وأي من المعايير الرئيسية مناسبة لها، فمثلاً في وحدة المنطق الرياضي والبرهان في كتاب الرياضيات للصف الأول ثانوي علمي الجزء الأول، تركز ظهور معيار " انتقاء واستعمال أنواع متنوعة من الإستدلال وأساليب البرهان "، وذلك بسبب اهتمام الوحدة بفقرات تدعم الإثبات وطرق البرهان .

ومن هنا خرجت الدراسة الحالية بعدة توصيات، أهمها: تفعيل الدورات التدريبية لاطلاع المعلمين على الخصائص العقلية للمرحلة التي يدرسونها، وأوجه الإستدلال الملائمة لهم، ومراعاة الإتزان في التمثيل النسبي للمعايير الرئيسية التابعة لمجال الإستدلال الرياضي والبرهان، وتقديمها في محتوى كتب الرياضيات على شكل فقرات تتلاءم مع مستوى الطلبة .

الملخص باللغة الانجليزية

Abstract

The current study aimed at examining of the aspects of mathematical reasoning that teachers focused on, and their presence in Palestinian Secondary Mathematics Textbooks according to NCTM Standards.

The qualitative, descriptive, analytical approach was adopted to achieve the goal of this study, where semi-open interviews were designed with four high school mathematics teachers. Also, a tool was designed to analyze the content of mathematics books for the secondary stage (first and second secondary grades of the scientific branch with its two parts), according to the international standards NCTM for the field of mathematical reasoning and proof.

The results of the interviews showed that the teachers focused on some aspects of mathematical reasoning and proof, as they expressed their interest in the criterion of: "realizing reasoning and proof as fundamental aspects of mathematics", by encouraging their students to provide and justify explanations, stimulate their thinking and motivate them to verify the

solution, and search for new solutions. As for the rest of the criteria, (making mathematical guesses and investigating them, developing and evaluating mathematical arguments, selecting and using a variety of inference and proof methods), interest in them was uneven, depending on the level of the students, the nature of the material presented, and the consistent criteria for reasoning and proof. For example, in the Sequences and series unit in the first part of the mathematics book for the first grade of science secondary school, the focus was on the criterion of "making and investigating mathematical guesses" because the unit focused on the paragraphs that support Guesses and the patterns

The results of the interviews came in line with the results of analyzing the content of mathematics books for the secondary stage of the scientific branch, where the field of mathematical reasoning and proof existed in the mathematics book for the first scientific secondary grade was %63.6; whereas the percentage appeared in the mathematics book for the second scientific secondary grade 52.6%. The most evident criteria for reasoning in the content of the books was: "realizing reasoning and proof as fundamental aspects of mathematics", where the books were rich in

paragraphs that encourage students to think, interpret, justify and search for other solutions and verify them. While the rest of the criteria (making and verifying mathematical guesses, developing and evaluating mathematical arguments, selecting and using various types of reasoning and methods of proof), appeared in close percentages, and their attendance depended on the nature of the subject matter presented in the book and any of the main criteria appropriate for it. For example, in the unit of mathematical logic and proof in the first part of book of mathematics for the first scientific secondary grade, the focus was on the criterion of "selecting and using various types of reasoning and methods of proof", and that was because the unit has focused on paragraphs that support evidence and methods of proof.

Therefore, the current study came out with several recommendations, the most important of which is the activation of training courses to inform teachers of the mental characteristics of the stage they are teaching and the appropriate aspects of reasoning appropriate for them, taking into account the balance in the relative representation of criteria of the main criteria of the field of mathematical reasoning and proof, and presenting

them with in the content of mathematics books in the form of paragraphs appropriate to the level of students.

الفصل الأول

مقدمة الدراسة :

في ظل التطور المعرفي والعلمي الذي نعيشه، أصبح من المهم تطوير المناهج التعليمية وخاصة الرياضيات، لمواكبة متطلبات العصر واحتياجاته، وذلك بتقديم طرق تدريس تساعد الطلبة على التفكير بأهمية ما يدرسونه، وتنمية قدراتهم على النقاش، وتقديم الأدلة المقنعة للدفاع عن حججهم؛ ليشعر الطلبة أن ما يأخذونه ذو معنى، ومرتبط بحياتهم وواقعهم .

تعتبر الرياضيات من أهم المجالات التي تحفز على التفكير، وذلك بسبب طبيعتها المبنية على اكتشاف الأنماط، والتفكير، والتنبؤ، والوصول إلى النتيجة، والدفاع عن الأفكار الرياضية، بتقديم أدلة وبراهين مقنعة (Umay,2003)، ومن أكثر أنواع التفكير أهمية وقدرة على حل المشكلات ونمذجتها بتمثيلات متعددة الإستدلال الرياضي والبرهان، حيث يعتبر ضرورياً لصياغة الحجج الرياضية وتقييمها، واتخاذ القرارات المناسبة (NCTM,2000).

وهناك العديد من التعريفات حول الإستدلال الرياضي والبرهان في الأدب، حيث وصف بعض الباحثين الإستدلال الرياضي بناءً على مفاهيم معينة مثل الاستقراء والاستنتاج (Holton, Stacey&FitzSimons, 2012)، بينما ذكر كاربنتر وليفي (2003) Carpenter,Franke & Levi، أن الاستدلال الرياضي هو شرح سبب نجاح التخمين، أما العالم بياجيه فنظر للإستدلال، على أنه القدرة على حل المشكلات باستخدام العمليات المنطقية (Piaget,1983) .

ومـع هـذه التعريفـات وبـالنظر إلـى أهميـة الإسـتدلال الرياضـي والبرهـان، يمكـن القـول أن الإسـتدلال يمكّـن المعلمين والطلبة من بناء أفكارهم الرياضية بشكل فعال (Kilpatrick et.al, 2001)، ولهذا السبب تحتل تنمية مهارات الإستدلال الرياضي والبرهان مكانةً مهمةً في تعلم الرياضيات(Bozkuş & Ayvaz, 2018).

ومـن هـذا المنطلـق، بـدأت حركـة الاصـلاح التربـوي وعلـى رأسـها المجلـس القـومي لمعلمـي الرياضـيات (NCTM)، فـي الإهتمـام بالإسـتدلال الرياضـي والبرهـان، ففـي عـام 2000 اقتـرح (NCTM) أن يبـرز الإسـتدلال فـي جميـع منـاهج الرياضـيات المدرسـية بالكامـل، وأن يكـون جـزءاً مـن تعلـيم جميـع الطلبـة (Mundy,2000)، لذلك تم إدراجها ضمن أحد معايير العمليات الخمسة، حيث أشارت الوثيقة بأنّ المناهج المدرسية لمـادة الرياضـيات يجـب أن تؤهـل الطلبـة مـن مرحلـة ريـاض الأطفـال، إلـى مرحلـة الصـف الثـاني الثانوي، من تحقيق الأهداف الآتية : إدراك أهمية الرياضيات والنظر إليها كجانب أساسي يدعو إلى التفكير المنطقـي والبرهـان، وبنـاء التخمينـات والتحقـق منهـا، واسـتخدام أنمـاط مختلفـة للتعبيـر عـن التفكيـر وطـرق البرهان، كما ركزت على أن يدرك الطلبة أن أي موقف أو حالة أو مسألة مثبتة لابد من أن يكون وراءها أسباب كامنة، وأن يقدموا أدلة كافية عند عرض الأفكار (NCTM,2000) .

وبناء على ذلك أصبحت جميع مناهج العالم تركز بشكل متزايد في قدرة الطلبة على الإستدلال الرياضي والبرهان (loongo et.al,2017)، حيث شملت الأهداف العامة لمناهج الرياضيات للمرحلة الثانوية تمكين الطلبة من الإستدلال والتعبير عن أفكارهم واستنتاجاتهم أثناء حل المشكلة، باستخدام اللغة والرموز الرياضية بشكل صحيح؛ من أجل توصيل فكرهم الرياضي (İmamoğlu & Toğrol,2010) .

وفي هذا الصدد تكمن أهمية أن يكون لدى المعليمن معرفة بالإستدلال الرياضي والبرهان، وأن تتوفر لديهم القدرة على خلق بيئات تفكير غنية؛ لدعم وتطوير مهارات الإستدلال الرياضي والبرهان بين الطلبة، وذلك من

خلال إثارة النقاش في الفصل الدراسي، و تحفيز الطلبة للبحث عن حلول بديلة، ودمج الطلبة مع بعضهم البعض؛ حتى يتمكنوا من مناقشة حلولهم وأفكارهم وتخميناتهم، ومقارنتها مع بعضهم البعض بهدف تحسينها وتطويرها، حيث أن الطلبة لديهم فرصة أكبر لتطوير كفاءات الإستدلال والمنطق (Ayele, 2017; Mundy,2000) .

ولكن عند مراجعة الأدب التربوي لوحظ محدودية تركيز معلمي الرياضيات على الإستدلال الرياضي والبرهان (Loongo et.al,2013)، وتدني توافره في محتوى كتب الرياضيات على الصعيد العربي حسب نتائج الدراسات الرمامنة وآخرون (2015) و التميمي(2017)، وعلى الصعيد الفلسطيني حسب نتائج الدراسات أبو سكران (2018) و العاصي (2018)، وقلة الدراسات العربية التي بحثت في أوجه الإستدلال التي يركز عليها معلمو الرياضيات؛ لذلك ارتأت الباحثة إلى هذه الدراسة لفحص أوجه الإستدلال الرياضي التي يركز عليها معلمو الرياضيات، ومدى توافرها في كتب الرياضيات الفلسطينية للمرحلة الثانوية حسب معايير المجلس القومي لمعلمي الرياضيات(NCTM).

مشكلة الدراسة :

انطلاقا من الأفكار السابقة فإن مشكلة الدراسة تحددت في فحص أوجه الإستدلال الرياضي التي يركز عليها معلمو الرياضيات، ومدى توافرها في كتب الرياضيات الفلسطينية للمرحلة الثانوية حسب معايير المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM)، حيث اختارت الباحثة معيار الإستدلال الرياضي والبرهان بالتحديد، وذلك بسبب نتائج العديد من الدراسات كدراسة سكران(2018) و العاصي (2018)، اللتين أشارتا إلى تدني توفر هذا المعيار في محتوى كتب الرياضيات الفلسطينية في المرحلتين الابتدائية والأساسية، ودراسة هربرت

(Herbert,2014) التي كانت من نتائجها محدودية تركيز معلمي الرياضيات لهذا المعيار وتوظيفه أثناء الشرح في الحصة.

إضافة إلى ما سبق، لاحظت الباحثة من خلال عملها في مجال التدريس، وطالبة في الدراسات العليا في كلية التربية تخصص تعليم رياضيات، أن بعض المعلمين ينظرون إلى البراهين على أنها عملية شائكة صعبة، يتجنبون الخوض بتفاصيلها، و قد يعود ذلك لعدة أسباب منها: أن معرفة المحتوى الرياضي لدى هؤلاء ضعيفة وهذا ما لامسته الباحثة في إحدى محاضرات الجامعة، أو ربما يكون لدى المعلم معرفة جيدة في المحتوى الرياضي لكن لا يمتلك (PCK) الكافية لتدريس البرهان، وربما يتوفر جميع ما سبق لكن محتوى الرياضيات المدرسية ليس غنياً بما يكفي لإثارة الإستدلال الرياضي والبرهان لكل من المعلم والمتعلم، ومن هنا تجلّت لدى الباحثة فكرة للبحث حتى يتم الاجابة عن هذه الشكوك والتساؤلات، وبالتالي تمثلت أسئلة الدراسة بما يلي :

السؤال الأول : ما أوجه الإستدلال الرياضي والبرهان التي يركز عليها معلمو الرياضيات في المرحلة الثانوية ؟

السؤال الثاني : ما مدى توفر معيار الإستدلال الرياضي والبرهان في محتوى كتب الرياضيات الفلسطينية للمرحلة الثانوية حسب معايير المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM)؟

وتفرع من السؤال الثاني سؤاليين فرعيين :

أولاً : ما مدى توفر معيار الإستدلال الرياضي والبرهان في محتوى كتاب الرياضيات للصف الأول ثانوي علمي بجزأيه حسب معايير المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM) ؟

ثانياً : ما مدى توفر معيار الإستدلال الرياضي والبرهان في محتوى كتاب الرياضيات للصف الثاني ثانوي علمي بجزأيه حسب معايير المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM)؟

أهداف الدراسة :

هدفت هذه الدراسة إلى فحص أوجه الإستدلال الرياضي والبرهان التي يركز عليها معلمو الرياضيات في المرحلة الثانوية، وتحليل محتوى كتب الرياضيات الفلسطينية للصف الأول ثانوي والثاني ثانوي العلمي لكلا الجزأين الأول والثاني، بناءً على معايير المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM) والخاصة بمعيار الإستدلال الرياضي والبرهان.

أهمية الدراسة ومبرراتها :

تسلط هذه الدراسة الضوء على موضوع حيوي، ركزت عليه حركة الإصلاح التربوي في العقدين الأخيرين، ألا وهو الإستدلال الرياضي والبرهان، أحد المعايير العالمية للرياضيات بما يخص العمليات حسب مبادئ المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM)، وهذا الموضوع له أهمية كبيرة على تنمية التفكير عند الطلبة؛ ليكونوا قادرين على استيعاب التغيرات، وإعدادهم للمستقبل حيث كان هناك جهود حثيثة لنظريات التعليم والتعلم وخاصة النظريات المعرفية التي أكدت على أهمية العمليات العقلية، كالفهم والتفكير والإستدلال بإعتبارها عوامل تساعد المتعلم على تأمل مجمل العلاقات التي ينطوي عليها أي موقف تعليمي جديد (عيسى،2017).

لذلك وضعت الدراسة جُلَّ إهتمامها بعنصرين من العناصر الأساسية المكونة للعملية التربوية، وهما المعلم والكتاب، حيث يعتبر الكتاب المرجع الأساس لكل من المعلم والطلبة في الحصول على المعلومات والمعارف(سالم، 2008)، ولكن حتى وإن تضمن كتاب الرياضيات بعضاً من أوجه الإستدلال الرياضي

والبرهان، فإن ذلك لا يغني عن دور المعلم في تضمينه داخل الفصل الدراسي، وإنشاء بيئات غنية تدعمه وتطوره، لذلك تعمّد الجمع بين دور المعلم وتحليل الكتب المدرسية في هذه الدراسة.

وعند مراجعة الباحثة للأدب التربوي لجمع الأفكار والتعمق أكثر بموضوع الدراسة، لوحظ قلة الدراسات العربية التي بحثت في أوجه الإستدلال الرياضي والبرهان التي يركز عليها معلمو الرياضيات في المرحلة الثانوية، وبالرغم من تعدد الدراسات التي حللت محتوى كتب الرياضيات، إلا أنّ دراسة تحليل محتوى كتب الرياضيات للمرحلة الثانوية شحيحة؛ وقد زاد اهتمام الباحثة بموضوع الدراسة حول أوجه الإستدلال الرياضي والبرهان التي يركز عليها المعلم، واحتواء كتب المرحلة الثانوية على هذا المعيار، خاصة أن المرحلة الثانوية مرحلة تأهيلية لدخول الجامعة، ومن هنا تعتبر الدراسة الحالية من الدراسات القليلة في فلسطين على حد علم الباحثة .

كما تلقى الدراسة أهمية كونها دعت الحاجة الى ضرورة تحليل محتوى مناهج الرياضيات الفلسطينية بعد أن تم تغييرها والتعديل عليها خلال العامين المنصرمين (2017-2018)، ورؤية مدى انسجامها مع معايير المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM).

كما تأتي هذه الدراسة استجابة لتوصيات العديد من الدراسات: منها دراسة الرويدي (2005) وأبو عمر (2011)، التي تدعو إلى ضرورة تحليل وتقويم المناهج بشكل دوري لضمان جودتها وفاعليتها للتدريس، كما يؤمل أن تسهم نتائج هذه الدراسة في لفت أنظار الخبراء وواضعي المناهج ومؤلفيها على إعداد كتب قادرة على تنمية استدلال الرياضي والبرهان ذات جودة عالية، وفتح آفاق أمام بحوث ودراسات لتطوير مناهج الرياضيات، وبالتالي إثراء الأدب التربوي بدراسات تتناول الإستدلال الرياضي والبرهان.

ومن خلال عمل الباحثة في سلك التعليم بصفتها معلمة لمادة الرياضيات، وأثار اهتمامها موضوع الإستدلال الرياضي والبرهان وقراءة المزيد عنه بدراسات سابقة، لاحظت أن هذا المعيار يفيد المعلمين في تقويم معرفتهم لمفهوم الإستدلال وتطويرها وإغنائها، وإنشاء بيئة صفية يسودها النقاش والتفكير البنّاء، و يمكن أن يدعم في ذلك الدورات تربوية، حيث يصبح التركيز في فصل الرياضيات على العمليات العقلية ذات الطبيعة الرياضية، وليس فقط على المحتوى الرياضي، وبالتالي خلق جيل قادر على الاستنتاج والتبرير والتعميم والتفسير، وقادراً على نقل ما تعمله إلى جوانب حياته المختلفة وهذا ما يهدف إليه التعليم الحديث.

حدود الدراسة :

اقتصرت الدراسة على معلمتي، رياضيات تدرسان المرحلة الثانوية في مدارس محافظة رام الله والبيرة، ومعلمي رياضيات يدرسان المرحلة الثانوية في مدارس محافظة قلقيلية، حيث اختير المشاركون بشكل قصدي لسهولة التواصل معهم، وأجريت مقابلات مع هؤلاء في الفصل الدراسي الثاني من العام الدراسي (2019-2020).

كما واقتصرت الدراسة على كتابي الرياضيات للصفين : الأول ثانوي الفرع العلمي الطبعة الحديثة(2017-2018) بجزأيهما الأول والثاني، والصف الثاني ثانوي الفرع العلمي الطبعة الحديثة (2018-2019) بجزأيهما الأول والثاني، وتحليل محتوى الكتب على مدار الفصليين الأول والثاني من العام الدراسي (2019-2020) .

محددات الدراسة :

تبنت الدراسة مجال الإستدلال الرياضي والبرهان كأداة لتحليل محتوى الكتب مشتقةً من معايير المحتوى والعمليات الصادرة عن المجلس القومي الأمريكي لمعلمي الرياضيات لعام 2000.

مصطلحات الدراسة :

تحليل المحتوى اجرائياً: تحليل كمي وكيفي منظم وموضوعي لمحتوى المنهج، في ضوء معيار الإستدلال الرياضي والبرهان أحد معايير المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM,2000) لمعرفة مدى توافر محتوى كتابي الرياضيات لصف الأول ثانوي والثاني ثانوي الفرع علمي الطبعة الحديثة لهذا المعيار.

المرحلة الثانوية : تبعا لوزارة التربية والتعليم العالي الفلسطينية (2016م،ص17–18) تشمل هذه المرحلة الصفوف من (10 – 12) بمساراتها المختلفة، الأكاديمية والمهنية والتقنية، حيث يلتحق الطلبة بتلك المسارات وفق قدراتهم وميولاتهم وحسب القوانين والأنظمة المنظمة لذلك، وتُعَرّف الباحثة المرحلة الثانوية اجرائياً في هذه الدراسة : هي عبارة عن المرحلة التي تضمنت الصفوف الأول ثانوي والثاني ثانوي الفرع العلمي .

معايير المجلس القومي الأمريكي لمعلمي الرياضيات (NCTM) : هي المعايير الواردة عن المجلس القومي لمعلمي الرياضيات في الولايات المتحدة الأمريكية (2000) وتشمل معايير خاصة بالمحتوى (العدد والعمليات، الجبر، الهندسة، والقياس، وتحليل البيانات، والاحتمالات) ومعايير خاصة بالعمليات (حل المشكلات، الإستدلال الرياضي والبرهان، الاتصال، الترابط، التمثيل) (NCTM,2000).

الإستدلال لغة معناه : تقديم أدلة لإثبات وتأكيد أمر معين أو مسألة معينة .

الإستدلال الرياضي والبرهان اجرائياً: الاهتمام بطرق التفكير والتعبير عنها ، وذلك من خلال تشجيع طلبة المرحلة الثانوية على ملاحظة الأنماط والبنية، وسبب حدوثها ، مما يمكنهم من التعبير عن أفكارهم وتبريرها، و بناء التخمينات والتحقق منها ، وتطوير الحجج والبراهين الرياضية وتقييمها ، واستكشاف الظواهر وتبرير النتائج، حتى يشعر الطلبة بأهمية الرياضيات ومنطقيتها(NCTM, 2000).

كتاب الرياضيات للصف الأول ثانوي علمي (بجزأيه) :

يُعرف على أنه كتاب الرياضيات الذي أصدرته وزارة التربية والتعليم العالي في دولة فلسطين و تم تدريسه في المدارس ابتداءً من العام الدراسي (2017-2018) للفصلين الأول والثاني بحيث يتكون من جزأين منفصلين.

كتاب الرياضيات للصف الثاني ثانوي علمي (بجزأيه) :

يُعرف على أنه كتاب الرياضيات الذي أصدرته وزارة التربية والتعليم العالي في دولة فلسطين و تم تدريسه في المدارس ابتداء من العام الدراسي(2018-2019) للفصلين الأول والثاني بحيث يتكون من كتاب واحد يحوي الجزأين (الأول والثاني).

ويتضمن ملحق رقم (1) تفصيلاً لمحتوى هذه الكتب .

الفصل الثاني

الإطار النظري والدراسات السابقة

هدفت الدراسة الحالية إلى فحص أوجه الإستدلال الرياضي والبرهان التي يركز عليها معلمو الرياضيات، ومدى توافرها في كتب الرياضيات الفلسطينية للمرحلة الثانوية حسب معايير المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM) .

يتناول الفصل في قسمه الأول الإطار النظري، ويتضمن ثلاث محاور رئيسية وهي : معايير المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM)، الإستدلال الرياضي والبرهان، نظريات النمو المعرفي وعلاقتها بالإستدلال، كما يتناول القسم الثاني الدراسات السابقة، وتتضمن محوريين رئيسيين، وهما : دراسات تناولت تحليل محتوى كتب الرياضيات حسب معيار الإستدلال الرياضي والبرهان، ودراسات تناولت أوجه الإستدلال الرياضي التي يركز عليها معلمو الرياضيات.

الإطار النظري

المحور الأول : معايير المجلس القومي لمعلمي الرياضيات.

أولا : المجلس القومي لمعلمي الرياضيات.

تأسس المجلس القومي لمعلمي الرياضيات سنة 1920م، وهي منظمة مهنية تحوي أكثر من 100000 عضو، هدفها خدمة الولايات المتحدة الأمريكية وكندا، يتمثل دور (NCTM) بتوفير كل ما يلزم للحصول على تعليم الرياضيات بأعلى جودة لجميع الطلبة، حيث تتشكل العضوية من معلمي الرياضيات من الروضة حتى الصف الثاني عشر، والهيئة التدريسية التابعة للرياضيات في الجامعات (Mundy, 2000).

يعد المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM) أكبر المؤسسات في مجال البحث التربوي الخاصة بالرياضيات المدرسية، هدفه الأساسي تطوير وتحسين العملية التعليمية التعلمية في المراحل المدرسية كافة، ويعقد لقاء مع أعضاء المجلس في كل عام للإطلاع على المستجدات، بالإضافة إلى عقد مؤتمرات هدفها الإصلاح والتعديل والتطوير (أبو العجين، 2011).

هدفت أجندة العمل لعام 1980م إلى تمكين الطلبة من القدرة على حل المشكلات وفهمها وتطبيقها في الرياضيات المدرسية، وكان ذلك تهيئة لوثائق المعايير التي جاءت بعدها، حيث صدر في عام 1989م أول مجموعة من معايير المواد المدرسية في الولايات المتحدة، وهي معايير المنهج، والتقييم للرياضيات المدرسية، أعقبها المعايير المهنية لتدريس الرياضيات 1991م، وفي عام 1995م معايير التقييم للرياضيات المدرسية (Mundy, 2000).

وبحلول عام 1997 تم العمل على تطوير المبادئ والمعايير الوثائق السابقة، بحيث تم تعيين مجموعة لكتابة معايير 2000، حيث اشتملت على كوادر متعددة من معلمين واداريين وباحثين ورياضيين يتمتعون بقدر كبير من الخبرة، حيث بُنيت المعايير على أساس الوثائق الأصلية للمعايير، ودمج أجزاء ذات العلاقة بالفصول الدراسية، من المناهج ومعايير التقييم المدرسية، والمعايير المهنية لتدريس الرياضيات(المرجع السابق) .

في ابريل 2000 ، أصدر المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM) مبادئ ومعايير الرياضيات المدرسية، بنسخة محدثة عن الوثائق السابقة (NCTM)، حيث تحدد عناصر أساسية لبرنامج الرياضيات في المدرسية، بحيث يقوم على تقديم أساس مشترك يتعمله جميع الطلبة، ومشاركة المجتمع المحلي والمعلمين والطلبة في اعداد برامج تتلاءم مع جميع الطلبة (NCTM, 2000).

ركزت معايير المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM) على أهمية معرفة المعلمين، حيث يجب أن يكون لديهم معرفة رياضية كافية بالمجال الذي يدرسونه، من حيث أهداف المنهاج، وانتقاء الأفكار والمفاهيم الفعالة التي تناسب مستوى الصف الذي يدرسونه، والتحديات التي ممكن أن يواجهها الطلبة أثناء التعلم، وكيفية تقييم فهم الطلبة، حيث تساعد هذه المعرفة المعلمين على اصدار الأحكام والرد على أسئلة الطلبة، يكتسب المعلمون الكثير من المعرفة الرياضية خلال ممارسة عملية التدريس حيث تساعدهم على فهم كيفية تعلم الطلبة، وتنظيم الفصول الدراسية وادارتها (المرجع السابق).

نظرة عامة وموجزة عن مبادئ ومعايير الرياضيات المدرسية

هي وثيقة، مرتبة في ثمانية فصول، تعرض المقدمة والفصل الأول الهدف والرؤية للرياضيات المدرسية. الفصل الثاني يعرض مجموعة من ستة مبادئ تعبر عن التوصيات الواردة في الوثيقة، تحوي الوثيقة عشر

معايير تصف الرياضيات التي يجب أن يتعلمها الطلبة ومتقنين لها وذلك في مرحلة الروضة وحتى الصف الثاني عشر، وتقسم إلى قسمين : معايير المحتوى وتضم معايير العمليات الرياضية، يدرج في كل منها خمسة معايير، أما الفصول الأربعة الأخير تحوي الفصول الدراسية على شكل أربعة مراحل وهي : مرحلة الروضة إلى الصف الثاني، الصفوف من (3-5)، الصفوف من (6-8)، الصفوف (9-12)، كما ويدرج في كل فصل قسم يوضح كل من المعايير وآلية تنفيذها بناء على توصيات الفصول الدراسية، ويناقش الفصل الأخير من الوثيقة كيفية العمل بشكل أفضل؛ لتحسين تعليم الرياضيات بشكل مستمر (Mundy, 2000).

وفيما يلي نعرض مبادئ ومعايير الرياضيات المدرسية كما ورد في الوثيق (NCTM,2000) :

مبادئ ومعايير الرياضيات المدرسية :

مبادئ ومعايير الرياضيات المدرسية نتاج لجهود مستمرة ومركزة؛ لتحسين وتطوير الرياضيات المدرسية للطلبة، حيث تهدف للقيام بما يأتي :

تحوي عدداً من الأهداف لجميع المراحل (من مرحلة ما قبل الروضة حتى الصف الثاني عشر)، والتي ستعمل على توجيه وتنظيم سير المناهج، وتقييم التدريس وتطويره، ودعم أطر المنهاج والمواد التعليمية، وتشجيع الطلبة على التفكير والنقاش؛ لتنمية الفهم العميق لديهم، كما وتعتبر مرجع للمعلمين والقائمين على التعليم؛ بهدف تحسين جودة برامج تعليم الرياضيات .

لم تقتصر وثيقة (NCTM) لعام (2000) على عرض المعايير الخاصة بالمنهاج، بل احتوت أيضاً على مبادئ عامة للرياضيات المدرسية، وسَتُعرض المبادئ والمعايير كما وردت في الوثيقة (NCTM,2000) .

المبادئ : هي عبارة عن قواعد أساسية مهمة لتقديم تعليم رياضيات عالي الجودة، حيث تعرض الوثيقة الإفتراضات والأدلة الأساسية التي تقوم عليها هذه المبادئ (NCTM,2000)، وعُرضت المبادئ حسب ما وردت في الوثيقة عام 2000 .

مبادئ الرياضيات المدرسية Principles For School Mathematic

مبدأ المساواة، مبدأ المنهاج، مبدأ التعليم، مبدأ التعلم، مبدأ التقويم، مبدأ التقنية .

وفيما يلي نعرض معايير الرياضيات المدرسية كما ورد في الوثيق (NCTM,2000) :

معايير الرياضيات المدرسية :Standards For School Mathematics

يعرف المجلس الوطني المعايير على أنها أوصاف ينبغي أن يتمكن الطلبة من معرفتها؛ لتعلم وتعليم الرياضيات، وهي عبارات تشكّل موضع الاهتمام والفائدة في الرياضيات المدرسية (NCTM,2000)، وتنقسم المعايير إلى : معايير المحتوى، ومعايير العمليات، ويعتبر المجلس أن معايير المحتوى والعمليات جاءت لتلبي احتياجات المجتمع من المعرفة الرياضية، والممارسات السابقة، والخبرات في تعليم الرياضيات، والتوقعات من قبل المعلمين والمهتمين من تربويين وكذلك الرأي العام (NCTM,2000).

تصف معايير المحتوى (Content Standars) خمسة معايير يجب على الطلبة تعملها، وسوف يتم ذكر هذه المعايير كما وردت في الوثيقة (NCTM,2000):

الأرقام والعمليات (Number and Operation Standard)

الجبر (Algabera Standerd)

الهندسةGeometry Standard)

القياس(Measurement Standard) .

تحليل البيانات والاحتمالات (Data Analysis and Probability)

معايير العمليات(Operations Standards) :

تركـز معـايير العمليـات علـى طـرق اكتسـاب المعرفـة وتطبيقهـا، وهـي غيـر مرتبطـة بمرحلـة دراسـية معينة(NCTM,2000)، وتشمل على ما يلي – كما ذكرت في وثيقة (NCTM) لعام 2000 –:

حل المشكلات Problem Solving Standard)

الإستدلال الرياضي والبرهان(Reasoning and proof Standard)

التواصل (Communication Standard)

الروابط Connection Standard)

التمثيلات (Represention Standard)

اهتمـت الدراسـة بمعيـار الإسـتدلال الرياضـي والبرهـان – أحـد معـايير العمليـات الخاصـة بمعـايير المجلـس القومي لمعلمي الرياضيات NCTM – وبناء عليه سوف يتم تحليل محتوى كتب الرياضيات للمرحلة الثانوية (الأول ثانوي والثاني ثانوي) الفرع العلمي، وعليه فإنّ المحور الثاني سوف نتناول به الإستدلال الرياضي ومميزاته ومكوناته وأنواعه والإطار النظري الذي ينتمي إليه.

المحور الثاني : الإستدلال الرياضي والبرهان:

يتميز العصر الحالي بالثورة المعلوماتية والمعرفية المستمرة والمتطورة، والتي شملت مناحي الحياة المختلفة، لذلك اهتمت حركة الإصلاح التربوي خلال العقدين المنصرمين، بالتفكير لدى الطلبة والعمل على تطويره، حتى تعدهم بالشكل المناسب للمستقبل (جرار، 2018).

وبناء على ذلك اهتمت جهود الإصلاح الأخيرة إلى رفع مستوى الإستدلال الرياضي والبرهان في الرياضيات المدرسية (NCTM, 2000). على عكس الغياب الواضح في التوصيات السابقة، حيث كان يطلق على هذا المعيار في وثيقة 1989م " الرياضيات كمنطق "، وتم التعديل على الاسم في اصدار 2000 " وأعطي اسم " الإستدلال الرياضي والبرهان "، حيث اعتبر الإستدلال الرياضي والبرهان أساساً في تعلم الرياضيات، فإذا لم يتمكن الطلبة من التفكير بالرياضيات وفهمها وتعلمها بمنطقية، سوف يتبادر لذهنه سؤال " لماذا نتعلم ذلك؟ وما الفائدة منه ؟ "، والطلبة بحاجة لرؤية هدف لدراسة الموضوع بحيث يحتفظون بالرياضيات المبنية على التفكير، ومرتبطة بأهداف ذات معنى (Shaughnessy & et.al,2009)، ومن المتوقع أن يبرز الإستدلال الرياضي في جميع مناهج الرياضيات المدرسية بالكامل، وأن يكون جزءًا من تعليم الرياضيات لجميع الطلبة(Mundy, 2000).

ومن هذا المنطلق، هدف المجلس القومي لمعلمي الرياضيات NCTN إلى تركيز المرحلة الثانوية على الإستدلال الرياضي والبرهان ذي المعنى؛ بجعلها عادة في هذه المرحلة، وذلك لإعدادهم لمهن المستقبل، بحيث تنمى القدرة لدى الطلبة في التعبير عن أفكارهم، وتطوير الكفاءة الرياضية لديهم، و التي تحوي على المعرفة وليس فقط كيفية تنفيذ الاجراءات، وإنما يتعداها الأمر ليمشل معرفة الطلبة متى يختار هذا الاجراء ولماذا ؟، كما أن الابداع والابتكار يحتاج إلى عمل جاد وجهد كبير مبني على أساس الإستدلال السليم، و

الطلبة الذين لديهم فهم عميق للرياضيات التي يدرسونها، يستطيعون بسهولة استرجاعها وتذكرها في المستقبل، ومرونة استخدامها في مواقف أخرى(Shaughnessy & et.al,2009).

ومن هنا يقع على عاتق العديد من الجهات منها: المعلمين، و الإدرايين، و المجتمع المحلي، التعاون فيما بينهم لتحسين تعلم الرياضيات و حصول طلبة المرحلة الثانوية على الإستدلال الرياضي والبرهان، الضروري لنجاحه في المستقبل، حيث يتطلب من المعلمين النظر إلى الإستدلال الرياضي والبرهان على أنه مكون أساسي للمادة التي يدرسونها، بحيث يقدمون المحتوى للطلبة بطريقة تجعلهم يفكرون في ما يفعلونه، كما أن الطلاقة في اجراء العمليات الحسابية مطلوب، لكن بشكل لا يغني عن دور التفكير ومنطقية هذه الإجراءات، لذلك على المعلمين التطوير والتغيير في ممارساتهم أثناء عملية التدريس من خلال (Mundy, 2000) :

اختيار الأنشطة والمهام المتعلقة بأهداف الطلبة واهتماماتهم والتي تشركهم جميعاً لتطوير الفهم والإستدلال الرياضي، و انشاء بيئة صفية يكون الإندماج في الإستدلال الرياضي والبرهان والتفكير هو الأساس فيها، وتشجيع الطلبة من خلال الثناء عليهم، وعلى أدائهم في التفكير والفهم، وتقديم التغذية الراجعة لهم، واستخدام التقييمات؛ لرصد وتعزيز الإستدلال الرياضي والبرهان؛ وذلك للوقوف على مدى تقدم الطلبة، والمشاركة في دورات تدريبية لتعلم منهجيات جديدة، تعزز دور الإستدلال والبرهان في الحصص الصفية وتراعي الفروق الفردية .

ويتضمن معيار الإستدلال الرياضي معايير فرعية كما ورد ذكرها في وثيقة NCTM لعام (2000) والتي سوف نتناولها في هذا البند بشكل مفصّل :

معايير الاستدلال الرياضي والبرهان كما وردت في وثيقة (NCTM) لعام 2000 :

أ.إدراك الاستدلال الرياضي والبرهان كنواحٍ أساسية للرياضيات :

يجب أن يتعلم الطلبة في مراحل مبكرة، أن الأمور المؤكدة (المثبتة) لا بد أن يكون هناك أسباب كامنة وراءها بحيث أدت إلى حدوثها، وطرح أسئلة على الطلبة لتساعدهم على الرؤية أنّ المعلومات بحاجة إلى دعم، عبر الأدلة مثل أسئلة لما تعتقد أنه صحيح ؟ حيث أنه يكمن روعة الرياضيات عندما تحصل أمور مثيرة للاهتمام منسوبة لأسباب وجيهة .

ب. إنشاء التخمينات الرياضية والتحقق منها :

التخمين هو المسار الأساسي للإكتشاف، حيث اتفق على أن الطلبة يستطيعون إجراء تخمينات في المدرسة إذا وفرت لهم سياقات وفرص غنية تحفزهم على الاستقصاء والتخمين بمواد محسوسة والتحقق منها، حيث يساعد المعلم طلبته على مراجعة تخميناتهم، وذلك بتقديم التغذية الراجعة لهم، كما ويتيح المجال للطلبة بالتحقق من التخمينات وفحص صحتها في مواقف جديدة .

ج.تطوير الحجج والبراهين الرياضية وتقييمها :

يزداد تعلم الطلبة من خلال الحجج والإدعاءات التي يسمعها من الطلبة الآخرين، حيث يفتح لهم أبواب الحوار والمناقشة، ويتيح لهم الفرصة لمقارنة أفكارهم بأفكار الآخرين والتعديل عليها وتطويرها، وبناء سلسلة

الإستدلالات، مع تقديم أسباب رياضية لمساعدة الطلبة على تبرير التخمينات ولدحضها، في حين أنّ طلبة المرحلة الثانوية تكون لديهم القدرة على تقديم الحجج الرياضية بطريقة رسمية ومقبولة رياضياً .

د.استخدام واختيار أنواع متعددة من البرهان والإستدلال الرياضي :

يجب تحفيز تفكير الطلبة بالإستفادة مما لديهم من معلومات، حيث يتعلم الطلبة تقديم البراهين والحجج والتفسيرات، وإعطاء أمثلة مضادة، كما ويتطور التعلم ويزداد عبر المراحل المدرسية، فيكون لدى الطلبة القدرة على بناء الإستنتاجات بناءً على حقائق رياضية (NCTM,2000).

ويتمضن الإستدلال الرياضي والبرهان عدة أمور وهي :

"مقدمة أو مجموعة من المقدمات التي يستند إليها، ونتيجة عن هذه المقدمات، وعلاقة منطقية تجمع بين المقدمة والنتيجة ".(محمود، 2006:ص150).

كما ويتميز الإستدلال الرياضي ، كما ورد في جرار (2018):

بإعطاء معرفة جديدة ومتطورة، ويحتوي على عدد من الأفكار بينها ترابط معين، كما ويعتمد على التفكير المنطقي لإثبات صحة الأفكار وحل المشكلات، ويلعب دور مهم في التنبؤ وصياغة الفرضيات، ويعتمد على الخبرات السابقة في حل المشكلة، كما و يستخدم عمليات التفكير العليا(التفسير، التحليل، التركيب، التقويم) ، والإستفادة من المعطيات لإيجاد المطلوب، ويعتمد على الأسلوب المنطقي في التفسير الظواهر.

للإستدلال الرياضي نوعان هما :

1.الإستدلال الإستنتاجي : مهارة التوصل من شيء معروف إلى شيء غير معروف، ومن العام إلى الخاص، من مقدمة منطقية إلى نتيجة معينة (عريفج وسليمان، 2010).

2.الإستدلال الإستقرائي : "هي مهارة الإنتقال من الخاص إلى العام وطريقة الوصول إلى الأحكام العامة من الملاحظة والمشاهدة "(البكري والكسواني، 2001:ص28).

ويقسم إلى ثلاث أقسام :

الإستقراء التام :التوصل إلى نتيجة من حالات أو مفردات أو ظاهرة معينة (الرويدي، 2005)

الإستقراء الناقص : الوصول إلى نتيجة عامة من ملاحظة عدد محدود من الحالات وفحصها وتجريبها (ابراهيم، 2011).

الإستقراء الإستنتاجي : التوصل إلى نتائج بناءً على الحقائق والأدلة، و يحدث ذلك عندما يقوم المتعلم بربط معلوماته عن ظاهرة معينة بخبراته السابقة، و بناءً على ذلك يصدر الأحكام يتبعه تفسير لتلك النظريات التي تناولت الاستدلال الرياضي، حيث تسير في اتجاهين، أحدهما يشمل النظريات العاملية للذكاء، بحيث تتناول الاستدلال بشكل عام دون التركيز على خصائص والعوامل المؤثرة فيه، ومن أصحاب هذا الإتجاه سبيرمان الذي اعتبر الذكاء مرادفاً للإستدلال (الربيعي، 2013).

أما الاتجاه الثاني فإنه يختص بنظريات النمو المعرفي، التي تناولت التفكير والإستدلال بشيء من التفصيل والوضوح، ولا سيّما عند الأطفال حديثي الولادة، وأطفال ما قبل المدرسة، وأطفال المرحلة الابتدائية والثانوية، ونتيجة لذلك أفضل إطار نظري يمكن أن نعتمده في الإستدلال هو نظرية (بياجيه وبرونر) في النمو المعرفي (المرجع السابق) .

المحور الثالث : نظريات النمو المعرفي وعلاقتها بالإستدلال

لقد أبدت نظريات النمو المعرفي الإهتمام بالعمليات الذهنية، كالفهم والإستدلال، وكيفية تمكّن الأطفال والشباب تدريجياً من التفكير المنطقي والعلمي(Seifert & Sutton, 2009)، حيث يعتبر فهم هذه النظريات ضرورياً للمعلمين خاصة في مجال التدريس، وذلك بتمكين المعلمين من التدريس بفاعلية، واختيار طرق تدريس مناسبة، كما وتكسبهم المهارة في التعامل مع المواقف المختلفة، والتخطيط المسبق لها(Lefa, 2014)، ومن النظريات التي تناولت التطور الذهني عند الأفراد : نظرية النمو المعرفي لجان بياجيه و نظرية التمثيل المعرفي للمفاهيم الرياضية لجيروم برونر، و الاتفاق على أنّ عمليات التفكير لدى المتعلم تمر عبر سلسلة من المراحل، ولا يمكن تخطي مرحلة إلا بعد المرور بسابقتها، وفي كل مرحلة يظهر الأفراد قدرات فكرية جديدة، وفهماً متزايداً للعالم (Seifert & Sutton, 2009).

نظرية النمو المعرفي لجان بياجيه

تعد نظرية بياجيه (1980-1986)Piaget من النظريات التي تلقت اهتمام خاص من العديد من الباحثين في ميادين عدة، حيث ركز بياجيه على أنماط التفكير التي تؤثر كيف يفسر الفرد المعلومات، والإستدلال والعمليات الإدراكية وأولاها اهتماماً كبيراً خاصة في مرحلة المراهقة(Piaget, 1983) .

تفترض نظرية بياجيه أن جميع الأفراد عادةً يتم تجميعهم حسب العمر الزمني، و يمرون بنفس تسلسل التطور الذهني، لكن مستويات تطورهم تختلف، حيث يعتمد الإختلاف على الخبرة، والنضج والثقافة، وقدرة الفرد، لذلك فإنّ فهم الطفل هو الذي يحدد المرحلة التي وصل إليها، وبالتالي على المعلمين أن يأخذوا ذلك في الاعتبار أثناء تعليمهم واعتمادهم على مستويات مختلفة من التطور الذهني، و التقييم الفردي، وتوفير أنشطة صفية تتيح فرصة للمتعلمين، ببناء معارفهم أثناء التفاعل مع البيئة(Piaget, 1983).

وحسب نظرية بياجيه يمر الفرد من خلالها بأربع مراحل يحدث إليه التطور الذهني (المرجع السابق) وهي:

أولا : المرحلة الحسية – الحركية (Sensory – Motor Stage) .

ثانياً : مرحلة ما قبل العمليات (Preoperational Stage) .

ثالثاً : مرحلة العمليات المادية (Concrete Operational) .

رابعاً : مرحلة العمليات الشكلية (التفكير المجرد) (Formal Operational Stage) .

ومن هنا سوف نعطي لمرحلة العمليات الشكلية مزيداً من الشرح والتفصيل، وذلك لأن هذه المرحلة تبدأ من سن الثانية عشر وما بعدها، وبناءً على ذلك فإن هذه المرحلة تتضمن المرحلة الثانوية (الأول ثانوي والثاني ثانوي)، لذلك سوف نتطرق لمزيد من التفصيل حول خصائص هذه المرحلة والنمو الذهني والمعرفي لها .

تعتبر مرحلة العمليات الشكلية المجردة من أعلى و أرقى مراحل النمو عند بياجيه، حيث يصل الفرد إلى قمة التطور في البنى المعرفية، و القدرة على التفكير والإستدلال المنطقي، وذلك ليس فقط في الأشياء الملموسة، وإنما في الأشياء المجردة، والقدرة على استخدام الرموز عند تنفيذ التفكير بها، وحل العديد من المسائل الإفتراضية واللفظية والتحقق الذهني من صحتها، واقتراح البدائل والأسباب والعلل بطرق منهجية مختلفة، والتفكير بالإحتمالات واستنباط التجارب منها وتنظيمها وتفسيرها علمياً(Piaget, 1983) .

كما ويتميز أفراد هذه المرحلة بالقدرة على حل المشكلات باستخدام العمليات العقلية، وذلك بتحليل عناصر المشكلة، واستخراج المعلومات ذات الصلة اللازمة لحلها، والوصول إلى الإستنتاجات، واستنباط التعميمات

منها، ومن ثم تقييم حل المشكلة، وربطها بالمفاهيم الرياضية الأخرى وبالمواقف الحياتية المختلفة(Ojose, 2008) .

وفي الختام، يعتبر الاستدلال من أهم العمليات العقلية، التي تأخذ بيد المتعلم في التوصل إلى معلومات جديدة، وإصدار الأحكام واتخاذ القرارات، ومن هذا المنطلق أصبح الإستدلال من أحد أهم أهداف العملية التعليمية التي تسعى لتحقيقها، وتنميتها لدى المعلمين والمتعلمين، حيث أن معظم الانجازات التكنولوجية والعلمية عبارة عن نتاج أفكار المبدعين، الذين لديهم قدرة على الإستدلال، الأمر الذي يستدعي ضرورة استقصاء الإستدلال الرياضي للطلبة، حيث أصبح الاهتمام بالاستدلال الرياضي غاية تربوية (الزعبي والسلامات، 2009).

نظرية التمثيل المعرفي للمفاهيم الرياضية لجيروم برونر

قدّم عالم النفس الأمريكي جيروم برونر (Bruner, 1964)، نموذجاً هاماً للإدراك والمعرفة، حيث شملت نظريته على التمثيل المعرفي للمفاهيم الرياضية، وتضمنت ثلاث مراحل للتمثيل، حيث تقدم هذه المراحل الثلاث المفاهيم المعقدة بطريقة تمثيل تتناسب مع القدرات الفكرية للفرد وخبراته بطريقة يسهل عليهم تعلمها وفهمها، و في هذه المراحل يتم تخزين المعلومات، وترميزها في الذاكرة، وتعتمد كل مرحلة على سابقتها وتتطلب قدراً كبيراً من الممارسة قبل أن يحدث الإنتقال إلى الوضع التالي، كون أن هذه المراحل متسلسلة، و ليست بالضرورة مرتبطة بالعمر كما عند بياجيه (Brahir, 2009).

مراحل التمثيل المعرفي لدى برونر (1964) Bruner:

1.مرحلة التمثيل الحسي (Enactive Representation).

تسمى مرحلة التمثيل العملي، حيث يتم تمثيل الأحداث من خلال الإستجابة الحركية المناسبة عن طريق الأداء والعمل، وهو واضح في الأنشطة البدنية، كالسباحة، ورمي الكرة، وركوب الخيل، وقيادة السيارة، كون العديد من البالغين يلجؤون لمثل هذا التمثيل؛ في حال تعذر الصعوبة في وصفها بشكل أيقوني أو رمزي، وتقابل هذه المرحلة المرحلة الحسية – الحركية عند بياجيه .

2.مرحلة التمثيل الأيقوني (Iconic Representation).

وتسمى بمرحلة التمثيل الصوري، حيث يصبح الفرد قادراً على تمثيل الأشياء، و نقل المعلومات، واكتسابها والاحتفاظ بها مع مرور الوقت من خلال الصور الذهنية، مثل هذه الصور لا تتضمن كل تفاصيل ما حدث، ولكنها تلخص الأحداث من خلال تمثيل خصائصها المهمة فقط، وتوافق هذه المرحلة عند بياجيه النصف الثاني من المرحلة الحسية ومرحلة ما قبل العمليات .

3.مرحلة التمثيل الرمزي المجرد (Symbolic Representation).

وتسمى مرحلة التمثيل الرمزي، حيث يبدأ الفرد بالتفكير المجرد، وذلك باستخدام الرموز واللغة والمعادلات بدلاً من الصور، كون أن الرمز يتم اختراعه من قبل أشخاص للإشارة إلى الأشياء ومتفق عليها مع كافة الناس مثل رموز العمليات الحسابية (− ،+،÷،×)، و تمكن الأفراد من التفكير بأدائهم من خلال هذه الرموز، كما و تقابل هذه المرحلة مرحلة العمليات المادية والشكلية المجردة عند بياجيه.

نلاحظ من العرض السابق، مدى اهتمام جهود الإصلاح الأخيرة في رفع مستوى الإستدلال الرياضي والبرهان في الرياضيات المدرسية، حيث اعتبرها المجلس القومي لمعلمي الرياضيات أساساً في تعلم الرياضيات، وذلك لأن الطلبة يحتفظون بالرياضيات المبنية على التفكير، ومرتبطة بأهداف ذات معنى، كما وركز المجلس

القومي لمعلمي الرياضيات بجعل الإستدلال والبرهان عادة في المراحل الثانوية، حيث وبحسب بياجيه يصل معظم أفراد هذه المرحلة إلى قمة التطور في البنى المعرفية، والقدرة على التفكير الإستدلالي المنطقي، وحل العديد من المسائل الإفتراضية، واستخدام عمليات متعددة في حل المسائل وتنظيمها وتفسيرها، لذلك أشار المجلس القومي لمعلمي الرياضيات إلى ضرورة تطوير الإستدلال وتنميته لطلبة هذه المرحلة، وذلك من خلال اطلاع المعلمين على مراحل النمو الذهني التي يمر بها طلبتهم، وأي من طرق تمثيل المعرفة التابعة لجيروم برونر " الحسية، الأيقونية، الرمزية" مناسبة للطلبة وملائمة للموقف التعليمي القائم، وإنشاء بيئة صفية يكون الإندماج بالإستدلال الرياضي والبرهان والتفكير هو الأساس، وذلك من خلال الأنشطة والمهام المتعلقة بأهداف الطلبة واهتماماتهم .

الدراسات السابقة

المحور الأول : دراسات متعلقة بتحليل وتقويم وقياس جودة مناهج وكتب الرياضيات بناء على معيار الإستدلال الرياضي والبرهان.

تسلط الوثائق الصادرة عن المنظمات العالمية مثل مبادئ ومعايير (NCTM)الضوء على أهمية الإستدلال المنطقي الرياضي في جميع مستويات التعليم، من رياض الأطفال إلى الصف الثاني عشر (NCTM,2000)، حيث احتل موقع الصدارة في حركة الإصلاح المبذولة في تدريس الرياضيات في الوثائق المنهجية في جميع أنحاء العالم (Loongo & et.al, 2017)، وذلك من خلال مراجعة المناهج الدراسية في تحديد مدى توافر الإستدلال الرياضي والبرهان في الكتب المدرسية، حيث تلعب الكتب المدرسية دوراً مهماً في الفصول الدراسية، لما لها من تأثير على الأنشطة الطلابية، وفي تحديد العديد من تجارب الطلبة التعليمية، كما وتقوم بتحديد ممارسات المعلم في الفصول الدراسية، وطريقة تعامله مع موضوع معين، وقد يكون لها تأثير عميق على تخطيط اليومي له (Dituri, 2013).

وبعد مراجعة الأدب التربوي، وجدت الباحثة العديد من الدراسات التي تناولت مناهج الرياضيات على الصعيد العالمي والإقليمي والمحلي، بما يخص معيار الإستدلال الرياضي والبرهان .

و في السياق العالمي و على صعيد مناهج الرياضيات في الولايات المتحدة الأمريكية كان الإستدلال الرياضي والبرهان موجهاً للطلبة الذين لديهم النية لاستكمال الدراسة الجامعية، وتم تحديده في الهندسة الإقليدية (Knuth, 2002)، حيث أوصت المبادئ والمعايير الخاصة بالرياضيات المدرسية، الذي أصدره المجلس القومي لمعلمي الرياضيات في الولايات المتحدة الأمريكية، بأن يصبح الإستدلال والإثبات عقلياً، يتم

تطويره في مجالات المحتوى وليس فقط الهندسة (Stylianides, 2007)، حيث يلعب الإستدلال وخاصة الإثبات دوراً مهماً في اكتشاف وإنشاء رياضيات جديدة ، كما لاحظ فيلرز (1999)Villiers أن هناك أمثلة عديدة في تاريخ الرياضيات، تم من خلالها اكتشاف نتائج جديدة بطريقة استنتاجية منها على سبيل المثال الهندسة غير الإقليدية .

لذلك بُذلت جهود حثيثة في الولايات المتحدة الأمريكية، إلى إحداث تغيرات جوهرية في طبيعة و دور الإستدلال، و الإثبات في الرياضيات في المدارس الثانوية؛ لتزويد جميع الطلبة بفرص وخبرات غنية (Knuth, 2002)، حيث كشفت نتائج دراسة على فرص الإستدلال والبرهان المضمنة في ست ولايات في أمريكا، بما يتعلق في كتب الهندسة للمرحلة الثانوية، حيث لوحظ بشكل عام أنّ ما يقارب ربع تمارين الكتب المدرسية التي تم تحليلها، يتطلب من الطلبة المشاركة في أنشطة الإستدلال والبرهان، و 5% انشاء البراهين، ولكن ينظر إلى هذه النسب على أنها محدودة في ضوء دعوات الإستدلال والبرهان؛ لتكون جزءاً لا يتجزأ من الرياضيات الهندسية حسب المعايير العالمية (NCTM)، علاوة على ذلك تم تقديم حجج استنتاجية لأقل من نصف التمارين في كتاب العرض (الشرح)، كما أنه توفر العديد من التمارين التي تتيح للطلبة فرصة لإصدار الأحكام حول حقيقة الإدعاءات، كما وبرزت العديد من التمارين المنطقية التي تمكن الطلبة من المجادلة، وتقديم التفسير والشرح وتبريره، كما وتواجدت العديد من التمارين التي تستوجب من الطلبة الحكم على صحة أو خطأ العبارات الرياضية، مع تقديم مبررات وتفسير على ذلك، وتضمنت الكتب تمارين تشجع الطلبة على إثبات نتائج رياضية مهمة، واستخدام نظريات لإثبات مواقف معينة (Otten,Males & Clark, 2014).

وفي دراسة أخرى بحثت في كتب الرياضيات الهندسية للمرحلة الثانوية في اليابان، حيث تركز الكتب اليابانية في الهندسة على المثلثات ومتوازي الأضلاع، حيث أشارت النتائج إلى أن الحقائق والنظريات الهندسية يتم عرضها في الدروس بعد أن يتم دمج الطلبة بمشكلة تتطلب حل، ومن ثم إثارة تفكيرهم بتخمين الحل، ومحاولة إثباته، وذلك لتعميق رؤية الطلبة في تعلم الرياضيات، كما وتقدم الكتب المدرسية اليابانية البرهان المباشر بشكل رئيسي في التمارين والأنشطة العملية، وتسعى لتطوير معرفة الطلبة حول التعريفات والنظريات والحقائق، وتنمي لدى الطلبة القدرة على بناء البراهين، كما وتوضح الكتب اليابانية الاختلافات بين الإثبات والحجج المضادة والتخمين (Fujita & Jones, 2014).

وفي دراسة أجريت على ثلاثة كتب مدرسية للمرحلة الثانوية في ترينيداد وتوباغو، للبحث عن وجود الإستدلال والبرهان ضمن المحتوى الهندسي، حيث أظهرت نتائج التحليل، أن الكتب الثلاثة تحتوي على فرص تشجع الطلبة على تحديد الأنماط، وإجراء التخمينات، وبناء البراهين والتفكير بعمليات الإستدلال، والبرهان، حيث يحتوي ما لا يقل عن (30%) من تمارين الطلبة على حجج أو مبررات غير إثباتية، كما واحتوت الكتب المدرسية تمارين تتطلب من الطلبة استخدام التفكير متعدد الخطوات، مع تبريرهم للخطوات التي يتخذونها في حساباتهم، و تضمنت التمارين عبارة " اعط سبباً لإجابتك "، حيث يتطلب من الطلبة تقديم تفسيرات لحساباتهم الهندسية (Hunte, 2018).

و إن من أحد أهداف دراسة تناولت تحليل موضوعات الجبر من الكتب المدرسية الثانوية، الأكثر انتشاراً في الولايات المتحدة الأمريكية، و البحث عن أدلة نمذجة التفكير من نوع البرهان والتفكير الإستنتاجي، وذلك لمعرفة إذا كان قد تم تقديم أي نوع من التبرير، أو الإثبات عند تقديم مفهوم أو نظرية أو إجراء جديد لأول مرة، ولتحقيق الغاية تمت متابعة الأسئلة البحثية، حيث وجدت الدراسة أن الطلبة يتعرضون فقط لتبرير

الإدعاءات الرياضية في (38%) من جميع الأقسام التي تغطي الموضوعات المحددة، من بين (38%) من العناصر التي تم فحصها احتوى (6%) على دليل أو مبرر فعلي قدم نفس الأفكار، أو التفكير كدليل، في (62%) من الأقسام التي تم فحصها لم يكن هناك أي تفسير أو تبرير للإدعاءات الرياضية المقدمة، و 83% من الأنشطة تتطلب القليل من التفكير المنطقي الإستنتاجي حيث(16%) تتطلب التفكير الإستنتاجي و (1%) يطلبون من الطلبة الانخراط في التفكير أو إثبات سؤال بحثي، وعندما يكون هناك بعض التبرير للإثبات، فإن أكثر أشكال التبرير شيوعاً، هو استخدام أمثلة محددة، ففي معظم الحالات تقدم الكتب المدرسية العديد من الأمثلة المشروحة، التي يظهر فيها الحل خطوة بخطوة مع بعض التفسير المجاور لكل خطوة، في الإثبات الرياضي في الرياضيات نادراً ما يتعرضون للتفكير حول الرياضيات مع العمومية، حيث يتعرض الطلبة لتفكير في الرياضيات داخل حالة أو سياق معين (Dituri, 2013).

وفي دراسة أخرى بحثت في كتب الجبر للمرحلة الثانوية في هونغ كونغ، ومدى الفرص التي تقدمها لطلبة لتعلم الإستدلال والبرهان، اعتمدت الدراسة منهجية مأخوذة من دراسة ستيليناديز (2009) Stylianides، و تضمنت ما يأتي أ)تحديد الأنماط، ب)تقديم التخمينات، ج)تقديم البراهين ،د)تقديم حجج غير إثباتية، و تشير النتائج إلى أنّ هذه الفرص محدودة نسبياً ،علاوة على ذلك، فإن الغالبية العظمى من البراهين تتطلب القليل من التفكير، و كانت معظمها براهين عبر التعريف، أو بواسطة مثال مضاد، أو برهان عبر الحساب أي عبر خطوات دون الحاجة إلى اعطاء مبررات، ولا توجد فرص للتخمين تقريباً، كما ويوجد تمارين تشجع الطلبة على الحجج التجريبية غير الإثباتية، و تشير النتائج بشكل عام، إلى أن البرهان يلعب دوراً هامشياً في الرياضيات المدرسية في هونغ كونغ، وتركز على الممارسة وحفظ المفاهيم والإجراءات الرياضية(Wong, 2017).

وفي دراسة هدفت إلى البحث في وجود الإستدلال والبرهان في المناهج الوطنية الثانوية في الرياضيات ذات التوجه الإصلاحي في ايرلندا للدورة الاعدادية (الأعمار من 12 إلى 15 عاماً)، والدورة الثانوية (الأعمار من 15 إلى 18 عاماً)، حيث أشارت النتائج إلى أنه تم تزويد الطلبة بتمارين مختلفة تشجع الطلبة على الإنخراط في تحديد الأنماط، وصياغة التخمينات، وبناء الحجج، حيث كانت فرص التخمين في المرحلة الإعدادية أقل منها في المرحلة الثانوية، كما أن المنهاج الإيرلندي يوفر فرص كبير لإنخراط طلبة المرحلة الثانوية ببناء الحجج وتطويرها أكثر من تحديد الأنماط، كما وتوفر تمارين تمنح الطلبة فرصاً للبرهان وتفسيره والتحقق منه وتوليد المعرفة الجديدة (Davis, 2014).

لوحظ في المناهج اليونانية وجود إدراك ووعي لأهمية تدريس الإستدلال الرياضي والبرهان، فكانت مفاهيم الإستدلال المنطقي والإثبات الرياضي غير مدرجة كأهداف تعليمية منفصلة في منهج المدرسة الإبتدائية، حيث يتم تقديم هذه المفاهيم على مستوى التعليم الثانوي، و تشير توقعات المنهج اليوناني أنه بحلول نهاية الصف السادس، يجب على الطلبة بناء المعرفة اللازمة لحل المشكلات، و أنّ الطلبة قادرين على حل المشكلات بشكل فعّال، إلا أنهم غير قادرين على تبرير حلها مع الحجج المنطقية، وهذا ما توصلت إليه نتائج دراسة على مجموعة مكونة من تسع عشرة طالباً من طلبة الصف السادس الابتدائي في الإستدلال المنطقي، لتبرير الحجة، وإثبات التخمينات الرياضية. حيث أشارت النتائج والتي حصل عليها من خلال تحليل بيانات المقابلة والاستبيان، استفادة الطلبة من بعض مميزات البرهان الرياضي كالتفسير، والتواصل من أجل تبرير وإثبات التخمينات الرياضية، كما وأظهرت النتائج تحسن الطلبة عندما أظهروا فهماً أفضل لمفاهيم رياضية محددة، إلا أنهم لم يتمكنوا من استخدام المفاهيم الهندسية المألوفة في محاولة بناء الحلول، ولم يعتمد الطلبة على لغة رياضية رسمية في حججهم، وأظهر معظمهم تفضيلاً للمبررات السردية والتجريبية،

وتمكن عدد كبير منهم من الإستدلال والتفكير المنطقي الرياضي؛ لشرح كون الحل الذي قدموه صحيحاً، إلا أنّ بعض الطلبة لم يتمكنوا من اقناع زملائهم حول صحة إجاباتهم (Flegas & charalampos, 2013).

أبدت المناهج التركية الثانوية إهتمامها بالإثبات والتبرير والإستدلال والتعميم، حيث تتضمن الأهداف العامة لمنهاج الرياضيات إلى أن الطلبة سوف يكونوا قادرين على التفكير بشكل استقرائي واستنتاجي، والتعبير عن أفكارهم، والتفكير المنطقي أثناء حل المشكلات، واستخدام اللغة والرموز الرياضية بشكل صحيح من أجل توصيل تفكيرهم الرياضي(Imamoglu & Togrol, 2010).

تنظر المناهج الأسترالية إلى الإستدلال الرياضي على أنه الكفاءة المطلوب تطويرها عند الطلبة، ويتم تعريفها على أنها القدرة على الإستدلال المنطقي، والاجراءات مثل التحليل، و الإثبات، والتقييم، والشرح، والإستنتاج، والتبرير، والتعميم، والطلاقة، وحل المشكلات (Loong et.al, 2018).

تقتصر دراسات الكتب المدرسية والمناهج المذكورة أعلاه على كتب الرياضيات، والتي تفحص الإستدلال والبرهان لكل دولة على حدة، لكن توسيع فهم الإستدلال والبرهان في الكتب المدرسية من دول لأخرى، والمقارنة بينها سيكون مفيدًا (Otten,Males & Clark, 2014)، خاصة من البلدان التي كان طلابها آداؤهم جيد في الدراسات الدولية، مثل الإتجاهات في دراسة الرياضيات والعلوم الدولية (TIMSS) وبرنامج تقييم الطلاب الدوليين (PISA) (Hong & choi, 2008).

و في دراسة هدفت إلى تحليل ومقارنة الإستدلال والبرهان في دروس الهندسة في الكتب المدرسية في الولايات المتحدة الأمريكية، والكتب المدرسية الكورية، لفهم كيف توفر هذه الكتب الدراسية فرصاً للطلبة للإنخراط في التفكير والإستدلال والبرهان، حيث أظهرت نتائج تحليل كتاب العرض (الشرح) وكتاب

التمارين أن هذين الكتابين يشملان على موضوعات المثلثات المتطابقة والمتشابهة، وخصائص الأشكال الرباعية، وغالباً ما تتطلب هذه الموضوعات براهين و أدلة للتحقق من النظريات، ويوفر كلا البلدين للطلبة فرصاً مختلفة للإستدلال والبرهان، حيث وُجِدَ فرق ملحوظ بين الكتب المدرسية الأمريكية، والكتب المدرسية الكورية، فالكتب الكورية تقدّم في كتاب العرض البراهين مع بيان كيفية إثباتها، بينما يعرض الكتاب الأمريكي البرهان في كتاب التمارين، وهذا يدل على أن الطلبة الكوريين لديهم فرصة للقراءة والتعرف على البرهان المقدمة لهم، في حين أن الطلبة الأمريكيين لديهم فرصة لبناء البرهان بأنفسهم، كما أنه وجد العديد من الأمثلة والأنشطة في الكتب الكورية مبررة بشكل استنتاجي، بينما يتم تبرير عدد محدود من أنشطة الإستدلال والبراهين في الكتب الأمريكية، فالكتب الأمريكية تهدف لجعل الطلبة يعملون على حل المشاكل المختلفة بأنفسهم، كما وتضمنت الكتب الأمريكية العديد من الأنشطة في كتاب التمارين والتي تتيح للطلبة فرصة لإجراء التخمينات والإستقصاءات والتحقق منها واثباتها، بينما نادراً ما تسمح الكتب الكورية بذلك، حيث توفر في كتاب التمارين فرصاً لتحقق من التخمينات، لكنّ فرص صنع التخمينات نادراً جداً، و تشير النتائج بشكل عام إلى أن 40% من المسائل والأنشطة في الكتب المدرسية الأمريكية تشجع الطلبة على الإستدلال والبرهان، وأنّ 20% من المسائل والأنشطة في الكتب المدرسية الكورية تشجع الطلبة على الإستدلال والبرهان (Hong & choi, 2008) .

وفي دراسة أخرى أجريت على سلسلة الكتب المدرسية التي يستخدمها معظم الطلبة الناطقين باللغة السويدية في السويد وفنلندا، فقد تمت الدراسة على الكتب الثانوية الخاصة بموضوع اللوغاريتمات، والتركيز على أنواع الإستدلال والتبريرات، وقد لوحظ اختلاف في الكتب الفنلندية عن الكتب السويدية، من حيث أن الكتب الفنلندية، تقدم المزيد من التفاصيل والرسم ويتجّهون بشكل مباشر للحصول على نتائج عامة، وذلك من

خلال مثال يتم فيه حل المعادلات الأسية عددياً، ثم يحدد الكتاب قوانين اللوغاريتمات ومن ثم خصائصها، كما وتظهر بعض النتائج غير مبررة، في حين تقدم الكتب السويدية عادة أنشطة وتمارين تمهيدية، تمكن الطلبة مِن اكتشاف خصائص عامة وتخمينها وتبريرها، أمّا الكتب المدرسية الفنلندية والسويدية فتوفر فرص قليلة لتعلم الإستدلال المرتبط بالبرهان في الكتب السوسدية بنسبة (14%) أعلى منه في الكتب الفنلندية (5%)، حيث إنّ الكتب السويدية أكثر توجهاً نحو التخمين والتقييم وإنشاء المخططات والإثبات التجريبي، في حين توجه الكتب الفنلندية نحو مخططات الإثبات الإستنتاجي؛ وذلك لأن جميع المهام المتعلقة بالبرهان هي مهام إثبات عامة (Bergwall, 2019)، كما و تتماشى نتائج هذه الدراسة مع دراسة بيرجوال (Bergwall, 2017) والتي بحثت في حالة البرهان والإثبات في كتب الرياضيات المدرسية الفنلندية والسويدية المتعلقة بالتفاضل والتكامل، وفي كلا البلدين تم تبرير (50%) من التمارين، وكانت المبررات دائماً أدلة عامة في الكتب الفنلندية، في حين أن الكتب السويدية تستند للتبريرات في حالات محددة، كما وتم التأكيد على البنية الرياضية بشكل أكبر في الكتب الفنلندية، ويطلب من الطلبة في كلا البلدين إثبات شيء معين، وكانت المهام المتعلقة بالتخمين وتقييم الحجة أكثر شيوعاً في الكتب السويدية، بينما أتاحت الكتب الفنلنيدية للطلبة بالتفكير الإستنتاجي الرسمي، في حين ركزت الكتب السويدية على التفكير الإستقرائي والتخمين .

وعند مقارنة نتائج دراسة بيرجوال (Bergwall, 2019) مع الكتب المدرسية الأمريكية فيما يتعلق باللوغاريتمات حيث أنه في المتوسط (61%) من البيانات مبررة في كتب الولايات المتحدة، واستخدم في كل المبررات الحجج العامة (Thompson & Johnson, 2012)، كما أن(14%) من المهام الكتب

المدرسية السويدية مرتبطة بالإثبات، بينما حوالي(6%) من مهام كتب المدرسة الفنلندية والأمريكية مرتبطة بالإثبات، وتتشابه كتب الولايات المتحدة والكتب السويدية بالتنوع بطبيعة الإستدلال (Bergwall, 2019).

وفي دراسة هدفت للمقارنة بين كتب الرياضيات في المدارس الثانوية في الصين وأندونيسيا والمملكة العربية السعودية، بهدف التعرف على كيفية التعامل مع الإثبات الهندسي في هذه البلدان الثلاث، واكتشاف أوجه الشبه والإختلاف بينهم، أشارت النتائج بأنّ الكتب المدرسية في هذه البلدان قدمت مواضيع الرياضيات المتعلقة بالإثبات بشكل مختلف عن بعضها البعض، بما يتعلق بعدد الأسئلة وتوزيع المحتويات، حيث يتم تقديم البرهان لأول مرة في أندونيسيا والمملكة العربية السعودية في الصف السابع الفصل الأول، بينما في كتب الرياضيات الصينية يتم تقديم البرهان في الصف الثامن والتاسع، وتخصص فصلاً كاملاً لموضوع البرهان الرياضي، و يتم تقديم البرهان الرسمي في الكتب المدرسية الصينية في مواضيع الخطوط المتوازية والدوائر، ومتوازي الأضلاع، بما في ذلك المعينات والمستطيلات والمربعات، وهناك العديد من الأمثلة في مواضيع المثلثات ومتوازيات الأضلاع، ويتم التركيز فيها على الإستدلال والبرهان، بينما في سلسلة الكتب المدرسية في أندونيسيا والمملكة العربية السعودية، لم يتم العثور على أمثلة الإثبات في دروس الخطوط المتوازية، حيث أن الأمثلة الإثباتية تتركز في الغالب على موضوع المثلثات، أما فيما يتعلق بأنواع البراهين، وجد أن الكتب الصينية فقط لديها أكثر من نوع من البرهان مثل: البرهان المباشر والتناقض، في حين أن الكتب المدرسية في البلدين الآخرين لم تقدم سوى البرهان المباشر، ولم تقدم الكتب المدرسية الثلاث أي مثال على البرهان من خلال مثال مضاد، حيث يبدو واضحاً من خلال النتائج، أن الكتب الرياضيات الصينية أولت اهتماماً في البرهان أكثر من أندونيسيا والمملكة العربية السعودية (Fan,Mailizar & Wang, 2018).

أما على الصعيد الإقليمي بما يخص الدول العربية ، وجدت دراسات تناولت تحليل محتوى المناهج بناء على معيار الإستدلال الرياضي والبرهان حسب المعايير العالمية (NCTM)، بحيث كانت مجمل النتائج تتجه نحو تدني تناول هذا المعيار في محتوى الكتب المدرسية .

ففي المملكة الأردنية الهاشمية، أجريت دراسة تحليل محتوى كتب الصفوف الأربعة الأولى (1–4) للعام (2011–2012)، حيث أشارت النتائج إلى توفر معيار الإستدلال الرياضي والبرهان بين درجة متوسطة وقليلة، حيث تم حساب نسب النتائج وفق متوسطات نظام ليكيرت الخماسي، وبلغ المتوسط العام لمدى توافر معيار الإستدلال الرياضي والبرهان (1.28) في كتب الصفوف الأربعة، حيث اشتملت عينة الدراسة محور القياس بكل كتاب من كتب المرحلة، فقد جاء معيار التعرف على الإستدلال الرياضي والبرهان كجوانب أساسية للرياضيات بدرجة متوسطة ؛(1.57) وذلك لأهمية هذا المعيار وعلاقته بطبيعة الرياضيات، أما معيار تطوير وتقييم الحجج والبراهين الرياضية، فقد كانت درجة توافره قليلة (0.75) ويعزى السبب في ذلك إلى طبيعة محتوى القياس التي لا تتطلب توفر هذا المعيار بشكل كبير، إضافة الى صعوبته مقارنة بالمرحلة العمرية لطلبة الصفوف الأربعة، وكذلك الحال في المعيارين: بناء التخمينات الرياضية، واختبارها، واختيار واستخدام أنماط مختلفة من التفكير المنطقي وأساليب البرهنة فقد جاء بدرجة توافر قليلة (الرمامنة وآخرون، 2015).

أما نتائج الدراسات التي قامت على مناهج الرياضيات في المملكة العربية السعودية، فقد أظهرت نسباً متفاوتة لمعيار الإستدلال الرياضي، حيث قامت دراسة بتحليل محتوى كتاب الرياضيات للصف الرابع الأساسي طبعة (2008–2009)، وقد استخدم الباحث أداة التحليل في ضوء معايير الإستدلال الرياضي والبرهان حسب معايير (NCTM)، واستخدم التكرارات والنسب المئوية لإخراج النتائج وتفسيرها، حيث ظهر

التفكير الرياضي والبرهان بشكل عام بنسبة تتراوح بين (15.17% – 15.52%)، بتوافر(116) مظهرا متعلقاً بمظاهر الإستدلال الرياضي والبرهان السائد في الكتاب، وكان أعلى المظاهر تكراراً " يساعد على التفكير والبرهان، من خلال فهم المسألة والبرهان من خلال خطط الحل، "وأظهر أهمية التفكير والبرهان كجانب ايجابي للرياضيات" وتفسر الدراسة ذلك، أن هذه العمليات تعد بديهيّة وبسيطة و تراعي إثارة التفكير لدى الطلبة، ووردت في الكتاب على شكل أساسيات تعمل على إثارة التفكير لدى الطلبة، وتعمل على تأسيس المرحلة العمرية والنمائية في الصفوف العليا، وخصوصاً أن مادة الرياضيات، هي مادة المنطق لذا جاءت هذه المعايير مطابقة مع معايير المجلس القومي، وكان أقل المظاهر تكرارا" يدفع الطلبة الى استخدام الأسلوب العلمي في البرهنة" وتفسر الدراسة ذلك بأنّ هذه العملية تعد أعلى من المرحلة العمرية والنمائية للطلبة، كون البرهنة الرياضية عملية تجريدية وبناء على ذلك جاءت أساليب البرهنة الرياضية، ضمن الإستدلال البسيط الذي يناسب هذه الفئة العمرية (الزعبي والعبيدان، 2014)، بينما كتاب الرياضيات للصف الثالث في المملكة العربية السعودية توفرت فيه نسبة الإستدلال الرياضي (91%) وهي نسبة عالية (التميمي، 2017).

ظهر الإستدلال الرياضي والبرهان في محتوى مناهج الرياضيات في العراق بنسب متفاوتة وغير متوازنة، منسجمةً مع نتائج الدول العربية السابقة، حيث تضمنت الدراسة كتابي الرياضيات للصفين الخامس والسادس الإبتدائي، والمعتمد للتدريس للعام الدراسي (2011–2012) حيث سجل معيار التبرير والبرهان أقل قيمة في معايير العمليات في الصف الخامس، حيث استخدمت الباحثتان التكرارات والنسب المئوية؛ لإظهار النتائج وتفسيرها، وظهر المعيار بنسبة (33.34%)، أما في الصف السادس فقد ظهرت معايير العمليات الرياضية بشكل عام منخفضة بترتيب تنازلي (التواصل الرياضي، حل المسائل، التبرير والبرهان،

الترابط الرياضي) حيث ظهر معيار التبرير والبرهان بنسبة (33.34%)، وسبب في ظهور هذه النتيجة – برأي الباحثتان– قد يرجع إلى عدم استخدام المعلمين لقضية التبرير، وذكر أسباب الحصول على النتيجة ومعقولية الإجابة؛ لاعتقادهم بأنها تأخذ وقت طويل، الحقيقة تقضي بإستخدام هذا المجال لتشجيع الطلبة على التفكير في الرياضيات ومن ثم فهمه، وربما قاد هذا الإدعاء إالى عدم تضمين كتب الرياضيات لمبدأ التعميم، أو اضافة التأكد من صحة حل المسائل (قاسم و عبد العبودي، 2014) .

أما على الصعيد المحلي الفلسطيني فكانت النتائج بشكل عام متدنية، ففي دراسة هدفت إالى تقييم التفكير الإستدلالي الرياضي في المناهج الفلسطينية من خلال مقارنة أهداف هذه المناهج، وأنشطتها مع الأهداف والأنشطة المقابلة في معايير الرياضيات المدرسية التي أوصى بها المجلس الوطني لتعليم الرياضيات، حيث تناولت الباحثة صفوف الثاني والرابع والسادس والثامن والعاشر طبعة (2004)، وتحليلها حسب معيار الإستدلال الرياضي والبرهان أحد المعايير العالمية (NCTM)، حيث بينت النتائج أن المنهاج لا يتطلب بشكل منتظم من الطلبة أن يشرحوا ويفسروا استدلالهم في المسائل والتقييمات التي يجرونها، ولا يقدم ما يكفي من أهداف وأنشطة لتعميق التوقع لدى الطلبة، كما ويتيح المجال للطلبة بتقديم حججاً رياضية، ولكن بالمقابل لا يقيمون حججاً طرحها غيرهم، ولا يترك مجالاً لتطوير الحجج وتدعيم استنتاجات في مواضيع متنوعة (الرويدي، 2005).

مما يدل على أن معيار الإستدلال الرياضي والبرهان يتوفر بنسبة قليلة، وغيابها في بعض مؤشرات المعيار، وهذا ما توصلت إليه دراسة (عمر، 2011)، واتفقت به مع الدراسة السابقة، حيث توفر معيار الإستدلال الرياضي والبرهان في كتب الرياضيات للصفوف السادس والسابع والثامن الأساسي بنسب تتراوح بين (17.72%–34.17%)، (14.43% – 30.92%)، (16.04% –32.09%) على الترتيب،

وبتفصيل أكثر، تضمن كتاب الرياضيات للصف السادس المعايير الفرعية لمعيار الاستدلال الرياضي والبرهان وبلغت مجموع التكرارات الكلية (79) وكانت أعلى المعايير تكراراً هي " التعرف على الإستدلال الرياضي والبرهان كجوانب أساسية للرياضيات "، حيث فسر الباحث ورود هذا المعيار بأعلى تكرار؛ بسبب اعتقاد مؤلفي الكتاب بأن هذه المرحلة تأسيسة لا بد من أن تثير تفكير الطلبة، وتحضرّهم للصفوف العليا، أما فيما يخص كتاب الرياضيات للصف السابع الأساسي حيث بلغ مجموع التكرارت الكلية للمعايير الفرعية لمعيار التفكير الرياضي (97)، وأن أعلى المعايير تكراراً" استخدام أنماط مختلفة من التفكير المنطقي، وأساليب البرهان، " وعزا الباحث ذلك الى اعتقاد مؤلفي الكتاب بأن هذه المرحلة قد تهتم بتنمية جوانب التفكير (المعرفة، الاستيعاب، التفسير)، أما التكرارات الكلية للمعايير الفرعية لمعيار التفكير المنطقي في كتاب الرياضيات للصف الثامن بلغت (162)، وكان أعلى المعايير وروداً في الكتاب " استخدام أنماط مختلفة من الاستدلال وأساليب البرهان " حيث فسر الباحث ذلك بأنّ اعتقاد مؤلفي الكتاب يعمل على تنمية جوانب التفكير، وتوفير الجهد في ايجاد بعض الحلول.

وعلى الرغم من إجراء تعديلات على المناهج الفلسطينية وصدور الطبعة المطورة (2017-2018)، فإن نسبة تضمين محتوى المناهج لمعيار الإستدلال الرياضي والبرهان بقيت ضعيفة، بل وتدنى مستواها عن المناهج القديمة بما يخص المعيار، وهذا ما كشفت عنه دراسة اتخذت نفس العينة لدراسة السابقة (الصفوف 6-8) لكن بالطبعة المطورة (2017-2018) وجدت فيها نسبة الإستدلال الرياضي والبرهان في صفي السادس والسابع في كتب الرياضيات على الترتيب (19.51% , 18.62%)، أما الصف الثامن فقد حظي بالإهتمام، فتواجد فيه معيار الإستدلال الرياضي والبرهان بنسبة(23.78%) (أبو سكران، 2018)، وعند مقارنة نسب الدراستين السابقتين، نجد بأن نسبة معيار الإستدلال الرياضي في الطبعة (2010-2011)

لصفوف (6-8)، أعلى بنسبة بسيطة من نظائرها في الطبعة المحدثة (2017-2018)، و عند تحليل محتوى كتب الرياضيات للصفين الثالث والرابع للجزأين الأول والثاني الطبعة المطورة (2017-2018)، بينت النتائج أن نسبة توفر معيار الإستدلال الرياضي والبرهان لكلا الصفين(0%) (العاصي، 2018) وهي تدل على غياب الإهتمام من قبل مؤلفي المناهج بما يخص هذا المعيار، وتداوله في المناهج الفلسطينية الحديثة

و بالرغم من وجود العديد من الدراسات التي ذكرت بتوصياتها ضرورة مراجعة الأهداف والأنشطة في المنهاج الفلسطيني، ووضع أنشطة تساعد الطلبة على تفسير وتبرير استدلاله بصورة منتظمة، وتقديم حجج الرياضية في مراحل مبكرة، وتقييم حجج الآخرين، والتنويع في أساليب الإستدلال الرياضي والبرهان في مختلف المواضيع وليس فقط بالهندسة (الرويدي، 2005)، فإن ذلك يدل على عدم اطلاع مؤلفي المناهج على نتائج تحليل الدراسات السابقة وما ذكر بها من توصيات .

وفي الختام، لا يعتبر المنهج منهجاً رسمياً، فسيقوم المعلمون بتفسير المعلومات التي يقدمها المؤلفون في مواد المناهج، واتخاذ قرارات بشأن ما إذا كان سيتم تنفيذ مهام المناهج الدراسية في الفصل الدراسي، وكيفية تنفيذها، لذلك حتى إذا كان هناك عدد كبير من المهام المنهجية المصممة لإشراك الطلبة في مواضيع معينة، فإن هذا لا يعني أن المعلمين سوف ينفذون هذه المهام بالطرق التي يقصدها مؤلفو المناهج الدراسية، حتى إذا كان المعلمون يرغبون في تنفيذ هذه المهام بدرجة عالية من الإتقان (Stylianides, 2007).ومن هنا ومن هذا المنطلق سوف نتناول المحور الثاني لدراسة .

التعقيب على الدراسات السابقة للمحور الأول :

في ضوء ما تم عرضه في هذا المحور، لوحظ استخدام أغلب الدراسات المنهج الوصفي التحليلي؛ وذلك لتحقيق أهداف الدراسة، حيث أجريت الدراسات العربية والفلسطينة على كتب الرياضيات القديمة و المستحدثة، واستخدمت أداة تحليل في ضوء معايير الإستدلال الرياضي والبرهان الخاصة بالمعايير العالمية (NCTM)، وكل دراسة توصلت إلى نتائج خاصة بها تبعاً للأدوات التي استخدمتها، حيث أظهرت جميع الدراسات إجماعاً إلى توفر معيار الإستدلال الرياضي والبرهان في محتوى كتب الرياضيات بنسبة متدنية، كما ولوحظ أن الدراسات العالمية كانت مختلفة عما جاءت به بالدراسات العربية، حيث لم تطرق الدراسات العالمية إلى تحليل محتوى كتب الرياضيات بالكامل في كافة المواضيع، وإنما تم تحليلها في مجالات معينة كالهندسة، والجبر، واللوغاريتمات، والتفاضل والتكامل، واستخدمت أداة تحليل لم تكن مبنية حسب المعايير العالمية(NCTM)، وإنما بناءً على دراسات سابقة تناولت تحليل المحتوى لمعيار الإستدلال الرياضي والبرهان، و أظهرت النتائج تركيز بعض الكتب على بعض مؤشرات الاستدلال كالتبرير، والإثبات، مقارنة مع غيرها كالتخمين، واكتشاف الأنماط، كما وتطرقت الدراسات العالمية للحديث إلى مناهج الرياضيات ومدى اهتمامها بالإستدلال الرياضي والبرهان، وفي أي مرحلة دراسية يتوقع ظهوره، وإتقان الطلبة له .

المحور الثاني : دراسات تناولت أوجه الإستدلال الرياضي والبرهان التي يركز عليها معلمو الرياضيات .

أدت الإصلاحات الأخيرة في تعليم الرياضيات، إلى زيادة التركيز على الإستدلال الرياضي والبرهان في مناهج الرياضيات، وإلى الدور المهم الذي تلعبه معارف ومعتقدات المعلمين في تشكيل فهم الطلبة، وثقتهم وتوقعاتهم، وقدرتهم على استخدام الرياضيات لحل المشكلات الأساسية، فمن المهم أن يفهم المعلمون

المستوى العميق للمفاهيم الرياضية التي يتوقع منهم تدريسها للطلبة، وبالتالي يصبح من الضروري بالنسبة للمعلمين تقييم فهم وقدرات الطلبة في بناء البرهان والإستدلال الرياضي (Varghese, 2009) .

ومع ذلك فإن الدراسات المتعلقة بأوجه تركيز المعلمين، وفهمهم للإستدلال الرياضي قليلة بشكل ملحوظ (Loong et.al, 2013) وبعد مراجعة الأدب التربوي تمكنت الباحثة من العثور على دراسات ذات علاقة بموضوع المحور، وكانت جميعها دراسات أجنبية، أجمعت على أن معلمي الرياضيات لديهم تركيز محدود بما يخص الإستدلال، وتتضح عندما يتم النظر في كيفية تعريفهم وتمثيلهم للإستدلال الرياضي والبرهان .

ففي دراسة هدفت إلى تقديم تقرير عن تصورات وفهم معلمي المرحلة الإبتدائية عن الإستدلال المنطقي، لوحظ أنه يوجد فهم منخفض إلى متوسط، وذلك عندما سئل سبعة معلمين أجريت معهم مقابلات شبه منظمة في إحدى المدارس الإبتدائية في فيكتوريا، وعندما سئلوا أنه كيف يستخدمون بشكل منتظم ظواهر الإستدلال التالية : التفسير، التبرير، البرهان، التفكير، و التقييم، و التحليل، و التعميم، و استنتاج، و التكييف، و النقل، التباين ؟ وجدوا أن الإستدلال مثل التفسير تستخدم من قبل جميع المعلمين، ولكن المصطلحات الأخرى مثل النقل والتباين كانت أقل استخداماً، حيث ركزت المقابلة على أفكارهم حول الجوانب المختلفة لممارسة التدريس ومعارفهم وتفسيرهم وتطبيقهم في المناهج، و لوحظ تغيب الإستدلال الرياضي المنطقي في المناقشة الصفية، وهذا يدل على عدم وجود فهم واضح للعقل من قبل المعلمين، و لم يستطيع بعضهم التعبير عن فهمهم للإستدلال الرياضي، أو ربما الخلط بينه وبين حل المشكلات (Loong et.al, 2013).

وبالتالي أصبح استكشاف وتطوير فهم معلمي المرحلة الإبتدائية للإستدلال الرياضي محور برنامج أبحاث التعلم الإستدلال الرياضي (Herbert, 2014)، حيث أظهرت النتائج المستندة إلى التحليل الظاهري للمقابلة الأولية مع 24 مدرساً في المدارس الإبتدائية "الأسترالية والكندية" أنهم لم يكونوا واثقين من تحديد

"الإستدلال"، أو أنهم قدموا أدلة على الفهم المشوش أو غير المكتمل (Loong et.al, 2013)، مما دعت الحاجة إلى إطار يستند إلى تصورات المعلمين الفعلية في التفكير من أجل التقاط تعبير أكثر دقة عن فهمهم وتحديد وعي المعلمين بجوانب الإستدلال الرياضي، وهذا ما هدفت اليه دراسة هربرت (Herbert, 2014) حيث تم عرض درس توضيحي ومناقشة ما بعد الدرس، لتعريض المعلمين لفرص ملاحظة التباين في الإستدلال الرياضي، في كل من المنطق الذي يستخدمه الطلبة، وأيضاً التفكير الذي يتمتع به معلم درس العرض، أتيحت فرصة للمدرسين قراءة الخطة التفصيلية لدرس العرض التوضيحي، والتي وثقت استجابات الطلبة المتوقعة واجراءات المعلم المحتملة خلال الدرس، حيث تمكنوا من رؤية، وسماع تفسيرات الطلبة، بعد ملاحظة الدرس مباشرة، دخل المعلمون في مناقشة مع المراقبين الآخرين، مما أتاح الفرصة لملاحظة الإختلاف في الطرق التي تم بها التفكير في التفكير، وبعد أسبوعين قام المعلمون المشاركون بتجربة الدرس في مدرستهم، وإجراء مقابلة بعدية حيث قدم برنامج أبحاث التعلم المهني الإستدلال الرياضي سياقاً يمكن المعلمين فيه من التفكير في تصوراتهم، وفهمهم للإختلاف المنطقي، وتغيير الخبرة في الإستدلال، حيث كشف التحليل الظاهري عن سبعة تصورات للإستدلال الرياضي التي أجراها المعلمون الذين تمت مقابلتهم، مصحوبة بأوصاف للفئات المتعلقة في التصورات، حيث تظهر هذه الفئات وعياً متزايداً بالإستدلال الرياضي بدءاً من شرح التفكير ليشمل تخمينات وتبرير التخمينات، والتحقق من صحتها، وإقامة روابط بين الأفكار الرياضية وتنظيمها، ويوفر الإطار الذي تم تطويره من خلال التحليل الظاهري للبيانات التي تم جمعها لهذا المشروع طريقة لتقييم المعلمين في فهمهم للإستدلال الرياضي. الجدول (1–2) إطار التفكير المنطقي والإستدلال: تصورات المعلمين الأساسيين عن الإستدلال الرياضي(Herbert, 2014).

جدول (1-2)

إطار التفكير المنطقي والإستدلال: تصورات المعلمين الأساسيين عن الإستدلال الرياضي

الفئة	تصور التفكير الرياضي
A الفئة	التفكير المنطقي هو التفكير
B الفئة	التفكير المنطقي هو التواصل الفكري
C الفئة	التفكير المنطقي هو حل المشكلات
D الفئة	التفكير المنطقي هو التحقق من صحة التفكير
E الفئة	يُنظر إلى التفكير على أنه يشكل تخمينات
F الفئة	التفكير المنطقي يستخدم الحجج المنطقية للتحقق من صحة التخمينات
G الفئة	التفكير المنطقي يربط بين جوانب الرياضيات

وفي دراسة هربرت وآخرون (Herbert et.al, 2017) هدفت الى تتبع التحولات في تصورات المعلمين وفهم الاستدلال الرياضي عبر البرنامج التعلم المهني، بإستخدام إطار الاستدلال المنطقي الرياضي الذي تم انشاؤه مسبقا إطار هربرت (2014) Herbert من قبل فريق البحث، حيث شارك ما مجموعه 26 مدرساً من أربع مدارس في فيكتوريا، استراليا ومدرسة واحدة في كولومبيا البريطانية، كندا . راقب المشاركون درسين في العرض التوضيحي و قاموا بإعداده وتدريسه من قبل فريق البحث، وحضروا مناقشات جماعية، وقاموا بتدريس كل درس في الفصل، وتم اجراء مقابلات مع المعلمين المشاركين قبل البدء بالبرنامج وبعده، حيث أظهر المعلمون تحولات مميزة في تصوراتهم المنطقية، حيث اكتشفوا فوائد مراقبة الدروس التوضيحية؛ لفهمهم وتعلم الاستراتيجيات وتقنيات جديدة لاستخلاص تفكير الطلبة، أدت الأفكار التعاونية في مناقشات التي أجريت بعد الدرس على تعميق فكرهم وتجربتهم، حيث وجد أن 13 من المعلمين كانوا أكثر قدرة على التعبير عن فهمهم للعقل بعد المشاركة في دورة الدروس التوضيحية (تأثير قصير المدى) وبحلول نهاية

المشروع البحثي لم يتمكن سوا 3 من 24 معلماً من تحديد المنطق بوضوح من الناحية الرياضية، عزا المعلمون الذين أظهروا تحولات في معرفتهم إلى ملاحظة دروس العرض التوضيحي والمشاركة في مناقشات ما بعد الدرس، واختبار الدروس بأنفسهم .

وفي دراسة حالة تعرض تأملات أحد معلمات المرحلة الإبتدائية الاسترالية، أجراها نفس فريق البحث هربرت وآخرون (Herbert et.al, 2016)، مستخدمين إطار الإستدلال الرياضي المنطقي لفحص ردود المقابلات فيما يتعلق بالدور الذي يلعبه برنامج تعليمي MRRLRP في تطوير فهماً للاستدلال الرياضي وتعزيز قدرة المعلمين على التفكير، ومعرفتهم بالمنطق، ونهج تدريسه، وعلاقته بتعلم الرياضيات، فعند اجراء مقابلة قبل البدء بالبرنامج، كانت المعلمة تنظر إلى الإستدلال الرياضي، على أنه إجراء يحدث داخل رأس الفرد. لكن بعد البرنامج، كانت المعلمة تنظر إلى التفكير في التفكير، والطلبة يقومون بتحليل ما يفكرون، ويستنتجون الأدلة وإثارة النقاش بين الطلبة، واستخدام المعرفة السابقة في حل المشكلات، وإجراء تخمينات وتأكد من صحتها ،والتحقق من صحة التفكير، بالإضافة إلى إعطاء أدلة وتبرير وحلول، فأظهرت النتيجة تحسن فهم المعلمة لطبيعة الإستدلال المنطقي الرياضي؛ وذلك بقولها أنه هو عبارة عن التفكير بالتفكير، وتحليل الأفكار، واستنتاج الأدلة واستخدامها في حل المشكلات، وإجراء تخمينات، وفحصها والتحقق من صحتها، وعلاقتها بالرياضيات .

وفي دراسة "تركية" حللت فهم مدرسي الرياضيات في المرحلة المتوسطة للإستدلال الرياضي، لفهم الإستدلال المنطقي الرياضي، وذلك من خلال نموذج مقابلة تكون من أربعة أسئلة مفتوحة؛ لتحديد الفهم النظري والعملي للتفسيرات الرياضية لمجموعة تكونت من 16 معلماً في المدارس الحكومية المتوسطة من العام الدراسي(2016–2017)، وبالاعتماد على البيانات النوعية، وتحليلها أظهرت النتائج أن الإستدلال

الرياضي يبدو للمعلمين تقديم تفسيرات ومبررات وانتاج حلول مختلفة للمشكلة وفقا لها، وبناء على هذه النتائج أوصى الباحث أن يقوم المعلمون بتوسيع وجهات نظرهم حول الإستدلال الرياضي؛ لدعم تفكير طلابهم بشكل أفضل مثل النقل من سياق الى آخر والتعميم والتبرير(Bozkuş & Ayvaz, 2018) .

في حين أظهرت نتائج العديد من الدراسات، أن معلمي المرحلة الثانوية لديهم آراء محدودة حول طبيعة الإستدلال في الرياضيات، و أظهروا عدم كفاية الفهم لما يشكل استدلالاً (Knuth,2002 b)، حيث أشارت إحدى نتائج دراسة، أن معلمي المرحلة الثانوية ينظرون إلى الإستدلال والإثبات، بمثابة الهدف المناسب لتعليم الرياضيات لأقلية من الطلبة (Knuth, 2002 a)، كما و تستند مفاهيم معلمي هذه المرحلة، و الذين يدرسون الطلبة في مجال الهندسة، والتفاضل والتكامل، والجبر، إلى الفهم التقليدي للإستدلال الرياضي، والإثبات من حيث طبيعته ووظيفته وقيمته (Varghese, 2009) .

وبناءً على نتائج الدراسات السابقة أعلاه، والتي أظهرت اقتصار تركيز معلمي الرياضيات على بعض أوجه الإستدلال الرياضي والبرهان، فقد قامت دراسة تحليلية هدفت إلى تحليل المناهج الدراسية، وتقديمها للمعلمين؛ لتنفيذ فرص الإثبات والاستدلال في الفصول الدراسية، والمتعلقة بالموضوعات التي يصعب تدريسها ويصعب تعلمها، و تزويد المعلمين بالإرشادات اللازمة، لدعم تنفيذ المهام بشكل دقيق، وبالتالي يصبح المعلمون أكثر استعداداً لتنفيذ الموضوعات التي تسبب صعوبات للطلبة، والتي يكون المعلمون أنفسهم لديهم فهم محدود عنها، حيث يقدم المنهاج إرشادات تتجاوز الحلول الممكنة للمهام، وبالتالي حظيت الدراسة على اهتمام كبير من حيث التعرف على كثير من الصعوبات التي تواجه الطلبة والمعلمين، وبناءً على هذه النتائج تم تطبيق النهج التحليلي في مناهج الرياضيات الأمريكية القائمة على الإصلاح (Stylianides, 2007).

نلاحظ من الدراسات السابقة أن الإستدلال الرياضي والبرهان نما في وثائق المناهج وبرامج التعليم المهني، لكن ومع ذلك لا يزال التخطيط وتقييم اجراءات الاستدلال الرياضية المنطقية يمثل مهمة صعبة المنال في الحصص الصفية بالنسبة للعديد من المعلمين (Loong et.al, 2018)، حيث أظهرت النتائج أن المعلمين يعانون من ضعف في المعرفة الرياضية، وخاصة في مجال الإستدلال الرياضي والبرهان بحيث تشكل عائقاً أمامهم للتخطيط والتقييم الجيد، ولديهم اعتقادات بعدم فائدة الاستدلال الرياضي والبرهان خاصة للمراحل الإبتدائية (Davidson et.al, 2019).

أجريت دراسة مع ثلاثة من معلمي المرحلة الإبتدائية في الولايات المتحدة الأمريكية؛ لمعالجة التحديات التي يواجهها معلموا هذه المرحلة أثناء التخطيط للحصص المدرسية؛ لدعم مهارات الإستدلال الرياضي والبرهان، حتى يتم علاجها من خلال برامج تأهيل المعلمين، لإعداد معلمين جدد قادرين على إثراء الحصص المدرسية بمهارات الإستدلال والبرهان، فقام فريق البحث بمقابلة المعلمين الثلاث كل على حدة، وعرضوا عليهم دروس مرتبطة بالإستدلال الرياضي والبرهان، ومناقشتها معهم وإسداء تعليقات عالية المستوى لهم، بما يخص هذه الدروس وتخطيطها، ومساعدتهم من خلال طرح أسئلة استقصائية عليهم، ثم التقى المعلمون الثلاثة جميعهم مع فريق البحث، وتناقشوا بالقضايا المتعلقة بالدروس، فأصبحوا أكثر وعياً بالتحديات التي من الممكن أن تواجههم أثناء عملية التخطيط لدروس وتنفيذها مع الطلبة، ووصى فريق البحث بضرورة الإنسجام والمواءمة بين أقسام الجامعة؛ لتعلم المعلمين والمدارس حتى يتكون لدى المعلمين خبرات ميدانية تمكنهم من التخطيط السليم لدروس مفعمة بمهارات الإستدلال الرياضي والبرهان (Stylianides et.al,2013)

وكان لجلسات التطور المهني دور كبير في معالجة الضعف في معرفة المعلمين حول التخطيط للدروس وتقييم الإستدلال الرياضي والبرهان للطلبة وتعزيزه، حيث قام فريق من ذوي التطوير المهني، بجلسة تعليم

مدرسية لمدة ساعة تتضمن الجلسة اجراءات الإستدلال واستكشاف أفكار الإستدلالات الرئيسية، والطرق لدعم المعلمين، لملاحظة الإستدلال واستنباطه وتقييمه، حيث انخرط المعلمون في مهمات تحوي امكانيات عالية من الإستدلال، حلها المعلمون بأنفسهم، وتناقشوا بالحلول، والتعديلات مع فريق التطوير، وتناقشوا بتخطيطهم لدروس اللاحقة، وتزويد المعلمين بالملاحظات اللازمة وآلية التقييم للطلبة، حيث تشكّل أزواج من المعلمين يدرسون نفس المستوى، ليتمكن المعلمون حضور الحصص لبعضهم البعض، وتسجيل ملاحظاتهم على أقرانهم ومناقشتها بعد الدرس؛ لتبادل الخبرات، والوقوف على أهم نقاط القوة، ومعالجة نقاط الضعف (Davidson et.al, 2019).

كما و دعت الحاجة إلى نموذج تقييم يقدم تفاصيل كافية للمعلمين؛ لفهم ماهية الإستدلال المنطقي الرياضي وما الذي يجب البحث عنه عند تقييم الطلبة، حيث تفاعل 32 معلماً من مدارس الإبتدائية في فيكتوريا، استراليا و ستة أعضاء من فريق البحث لتصميم و تحسين نموذج تقييم مفصل يتضمن الإجراءات المنطقية الثلاثة المتمثلة في التحليل، والتعميم، والتبرير، في المراحل المختلفة من الدراسة، حيث استخدم المعلمون النموذج؛ لتقييم تفكير طلابهم في السياق اليومي؛ لتدريسهم وتحقق من كفاءته(Loong et.al, 2018)، حيث نجح في تزويد المعلمين بأداة عملت على تحويل فهم المعلمين؛ لتقييم اجراءات التفكير من التفسير إلى التحليل الشامل والتعميم والتبرير، واكتسبوا رؤى أعمق لطبيعة التفكير المتنوعة، وسمح لهم بإشعار الطلبة بتطوير الحجج، والتخمين، والتعميم، واقناع الاخرين (الترابط الرياضي)، وهذا ما توصلت إليه دراسة الحالة لمعلمي الصف السادس، حيث تم تحليل نسخة مناقشة ما بعد الدرس وهي منظمة وفقاً لإجراءات الإستدلال ، والتفسير، والتحليل، والتعميم، والتبرير، حيث تم التعرف على ما مجموعه 47 عبارة ذات الصلة بإجراءات الإستدلال في نص المناقشة ما بعد الدراسة حيث تم ترميز البيانات، في الشرح (7)، التحليل (11)، التعميم

(23)، التبرير (6)، الأمر الذي ساعد المعلمين في تقييم نماذج الطلبة، وإظهار الإهتمام بمجموعة واسعة من الإجراءات بدلاً من الشرح (Bragg & Herbert, 2018) .

التعقيب على الدراسات السابقة للمحور الثاني :

عرضنا في هذا المحور دراسات ذات علاقة بأوجه الإستدلال الرياضي التي يركز عليها معلمو الرياضيات، حيث كانت جميع الدراسات الوادرة دراسات أجنبية، استخدمت المنهج الوصفي التحليلي لتحقيق أهدافها، واستخدم في أغلب الدراسات أسلوب المقابلة مع المعلمين.

أظهرت نتائج الدراسات في هذا المحور إجماعاً على محدودية تركيز معلمي الرياضيات بما يخص الإستدلال الرياضي والبرهان، حيث يُستخدم الإستدلال مثل التفسير من قبل جميع المعلمين، وإهمال جوانب الإستدلال الأخرى كالتحليل والإستنتاج والتعميم (Bozkuş & Ayvaz, 2018;Loong et.al, 2013)، كما ولوحظ أن المعلمين يعانون من ضعف في التخطيط، وتقييم الإستدلال الرياضي والبرهان، وذلك لوجود ضعف في معرفتهم الرياضية بما يخص الإستدلال والبرهان (Davidson & et.al, 2019; Stylianides & et.al, 2013)

لذلك اتجهت بعض الدراسات إلى تحسين معرفة المعلمين بالإستدلال الرياضي والبرهان، وذلك من خلال عقد برامج تأهيل للمعليمن، وبرامج التعلم المهني، وتمّ عرض دروس توضيحية للمعلمين تحسن فهمهم تجاه الإستدلال الرياضي والبرهان، وطرق إغناءه في الحصص الصفية، وآلية تخطيطه وتقييمه، ومن ثم اتاحة المجال للمعلمين بتطبيق هذه الدروس في صفوفهم وملاحظة تحسنهم (Herbert, 2014)، كما وهدفت

دراسة (Stylianides, 2007) إلى تحليل المناهج وتقديمها للمعلمين مع الإرشادات اللازمة لتنفيذ فرص الإستدلال في الحصص الصفية .

الفصل الثالث

منهجية الدراسة

مقدمة :

هدفت الدراسة الحالية إلى فحص أوجه الإستدلال الرياضي التي يركز عليها معلمو الرياضيات، ودرجة تَوَفُر هذا المعيار في محتوى كتب الرياضيات للمرحلة الثانوية حسب معايير المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM).

ومن هنا فإن الدراسة تسعى للإجابة عن السؤاليين الآتيين :

السؤال الأول : ما أوجه الإستدلال التي يركز عليها معلمو الرياضيات في المرحلة الثانوية ؟

السؤال الثاني : ما مدى توفر معيار الإستدلال الرياضي والبرهان في محتوى كتب الرياضيات الفلسطينية للمرحلة الثانوية حسب معايير المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM) ؟

وتفرع من السؤال الثاني سؤاليين فرعيين :

أولاً : ما مدى توفر معيار الإستدلال الرياضي والبرهان في محتوى كتاب الرياضيات للصف الأول ثانوي علمي بجزأيه حسب معايير المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM) ؟

ثانياً : ما مدى توفر معيار الإستدلال الرياضي والبرهان في محتوى كتاب الرياضيات للصف الثاني ثانوي علمي بجزأيه حسب معايير المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM) ؟

في هذا الفصل وُضّحت منهجية الدراسة وتبرير اعتمادها لإجراء الدراسة، ووصِفَ الأفراد المشاركين، وأدوات الدراسة وطريقة إعدادها، وطرق تحليل البيانات، والتطرق إلى الاعتبارات الأخلاقية التي تم القيام بها لتحقيق غاية الدراسة .

منهجية الدراسة

تتبع الدراسة الحالية المنهج الكيفي الوصفي التحليلي في فحص أوجه الإستدلال الرياضي التي يركز عليها معلمو الرياضيات وتحليل كتب الرياضيات للمرحلة الثانوية حسب معايير المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM) الخاصة لهذا المعيار، حيث يهدف هذا المنهج إلى فهم وإصلاح ظواهر موجودة وقائمة من خلال الكشف عن خبرات وتصورات أشخاص منخرطين في تلك الظواهر، والإستفادة منها في وضع خطط مستقبلية، والقدرة على اتخاذ قرارات مناسبة في مواقف وظروف مشابهة (Creswell, 2013).

سياق الدراسة والمشاركون

المشاركون هم أربعة من معلمي الرياضيات، يدّرسون المرحلة الثانوية (الأول ثانوي، الثاني ثانوي) الفرع العلمي، من بينهم: معلمتان تدرسان في مدارس محافظة رام الله والبيرة، والمعلمان الآخران يدرسان في مدارس محافظة قلقيلية، وتم اختيار الأفراد المشاركين بشكل قصدي؛ حيث لديهم خبرة في تدريس الرياضيات لجميع المراحل وللمرحلة الثانوية بشكل خاص، كما أنه من السهولة الوصول إليهم والتعامل معهم والحديث إليهم، خاصة في ظل الظروف التي تعرض إليها العالم بشكل عام وفلسطين بشكل خاص بسبب فايروس كورونا (COVID-19)، ويبين الجدول (1-3) معلومات بسيطة عنهم مع العلم أن الأسماء الموجودة في الجدول مستعارة، كما وتم التعبير عن أسماء المدارس بحرف من الأحرف الأبجدية.

جدول (1-3)

وصف للمعلمين المشاركين في الدراسة

الاسم	المؤهل الأكاديمي	المدرسة التي يعمل بها	سنوات الخبرة في تدريس الرياضيات لمراحل مختلفة	سنوات الخبرة في تدريس الرياضيات للمرحلة الثانوية
منال	ماجستير رياضيات	د.ج	4 سنوات	سنة
هبة	ماجستير تعلم رياضيات	م.ش	13 سنة	6 سنوات
أحمد	بكالوريوس رياضيات	ذ.ب	24 سنة	17 سنة
محمد	بكالوريوس رياضيات	ذ.ح	25 سنة	25 سنة

نلاحظ من الجدول أعلاه، أن المعلمتين تحملان درجة الماجستير وعدد سنوات تدريس المرحلة الثانوية لا تتجاوز الست سنوات، بينما المعلمان الآخران يمتلكان درجة البكالوريوس ولديهم سنوات طويلة في تدريس الرياضيات للمرحلة الثانوية تتجاوز السبعة عشر سنة.

كما وشملت عينة الدراسة الطبعة الثانية من كتاب الرياضيات للصف الأول ثانوي علمي: بجزأيه الأول، والثاني حيث طُبّق في المدارس الفلسطينية بدءاً من العام الدراسي (2017-2018م)، بحيث يتكون من جزأين منفصلين على الشكل الآتي :

- الجزء الأول من كتاب الصف الأول ثانوي علمي، يتكون من ثلاث وحدات، وهي : المتجهات والهندسة الفراغية، المنطق الرياضي، المعادلات والمتباينات .

- الجزء الثاني من كتاب الصف الأول ثانوي علمي، ويتكون من أربع وحدات، وهي : الاحتمالات والإحصاء، المتتاليات والمتسلسلات، القطوع المخروطية، النهايات والاتصال.

وشملت عينة الدراسة على الطبعة الأولى من كتاب الرياضيات للصف الثاني ثانوي علمي، وهو عبارة عن كتاب واحد يحوي بداخله الجزأين الأول والثاني وشُرع بتطبيقه في المدارس الفلسطينية بدءاً من العام الدراسي (2018-2019م)، بحيث يتكون من كتاب واحد يحوي الجزأين (الأول والثاني)، على الشكل الآتي :

- الجزء الأول يحوي ثلاث وحدات وهي : حساب التفاضل، تطبيقات التفاضل، المصفوفات والمحددات .
- الجزء الثاني من الكتاب يحوي ثلاث وحدات وهي : التكامل غير المحدود وتطبيقاته، التكامل المحدود وتطبيقاته، الأعداد المركبة

ويتضمن ملحق رقم (1) تفصيلاً لمحتوى هذه الكتب .

أدوات الدراسة :

تم تصميم **مقابلات شبه مفتوحة** عبر الهاتف الخليوي وهي احدى الطرق المستخدمة في البحوث الكيفية لجمع البيانات، حيث تستخدم عندما يتعذر القدرة على زيارة الأشخاص وإجراء المقابلات معهم، و استخدم أسلوب المقابلات؛ لأنه يساعد على الفهم العميق لموضوع البحث من خلال الحوار الناشئ بين الباحث والمشارك، فالهدف منها الحصول على فهم عميق لخبرات وتجارب المشاركين (Baden & Major, 2013; Creswell, 2013).

وتمّ تطوير أسئلة المقابلة من خلال الإستفادة من بعض الأدبيات التي تمت مراجعتها، والتي بدورها حثت على ضرورة طرح أسئلة على المعلمين، تخاطب سلوكياتهم، واتجاهاتهم تجاه الإستدلال الرياضي والبرهان (Tratwein et.al, 2010)، مثلاً : برأيك ما مدى أهمية الاستدلال الرياضي والبرهان لطلبة المرحلة الثانوية ؟، و تمّ مطرح مجموعة من أسئلة العمليات التي تهتم بالأجوبة التي تصف حدوث السلوكيات والأشياء (Maxwell, 2005)، مثل : صف لي كيف تقوم بتحضير مقدمة لدرس جديد للطلبة ؟

وتم عرض أسئلة المقابلات على مجموعة من الخبراء التربويين في تعليم الرياضيات لإبداء ملاحظاتهم، حيث تم التعديل على بعض الأسئلة لتجعلها أكثر وضوحاً، وإضافة أسئلة تمهيدية للمقابلة، وإعادة ترتيب بعض الأسئلة .ملحق رقم (2) للإطلاع على أسئلة المقابلات شبه المفتوحة .

وتم استخدام أسلوب تحليل المحتوى، بالإضافة إلى المقابلات شبه المفتوحة للحصول على معلومات إضافية في التعرف على مدى تضمين الإستدلال الرياضي والبرهان في الحصص المدرسية للمرحلة الثانوية، و صممت **أداة تحليل المحتوى** من خلال اشتقاقها من وثيقة المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM,2000) الخاصة بمعيار الإستدلال الرياضي والبرهان للمرحلة الثانوية، وأيضاً من خلال الإطلاع على دراسة الرويدي(2005)، حيث يحتوي مجال الإستدلال الرياضي والبرهان على عدد من المعايير الرئيسية، ويتفرع من كل منها عدد من المؤشرات التي يفترض على الطلبة اكتسابها في هذه المرحلة، ويتضمن الملحق رقم (3) الأداة بصورتها النهائية .

صدق الأدوات :

يقصد بصدق الأداة – كما ذكرها طعيمة (2004)– : " أن تقوم أداة البحث بالكشف عن الظواهر والسمات التي يجري من أجلها البحث " (ص .210)، وللتحقق من صدق الأداتين، تم فحص أسئلة المقابلة شبه

المفتوحة، وذلك بعرضها على تربويين مختصين في تعلم الرياضيات، وهم ثلاثة أساتذة من جامعة بيرزيت، وأجريت التعديلات الملائمة حسب آرائهم من إضافة أسئلة تمهيدية، وحذف بعض الأسئلة، والتعديل على الصياغة.

ومن أجل التحقق من صدق أداة التحليل، تم ترجمة النص الخاص بمعيار الإستدلال الرياضي والبرهان الوارد في وثيقة المعايير (NCTM) الخاص بالمرحلة الثانوية، حيث تم الحصول على الوثيقة من المواقع الرسمية الخاصة بالمجلس الوطني لمعلمي الرياضيات، ومن هنا شُرع بتصميم أداة تحليل محتوى خاصة بمعيار الإستدلال الرياضي والبرهان، بالاستعانة بدراسات سابقة تحدثت على الموضوع نفسه، للحصول على لغة وصياغة سليمة، وتمّ عرض الأداة على محكمين مختصين للتأكد من شمولية الأداة، وصدقها، وملاءمتها للهدف التي وضعت من أجله، وهم نفس الأساتذة من – كلية التربية تعلم الرياضيات–، وتم إجراء التعديلات اللازمة بحذف أو إضافة، أو تعديل بعض الفقرات وتصحيحها من الناحية اللغوية .

ثبات الأدوات

يقصد بثبات الاداة – كما ورد طعيمة (2004)–: " الحصول على نتائج متقاربة بإتباع نفس الإجراءات وخطوات العمل، بغض النظر عن المتغيرات الأخرى ". (ص.226)، وللتحقق من ذلك اعتُمد في الدراسة على أداتين رئيسيتين تمثلت في المقابلات شبه المفتوحة مع معلمي الرياضيات المرحلة الثانوية، وأداة تحليل محتوى كتب الرياضيات المرحلة .

وللتحقق من ثبات تحليل المقابلات قامت الباحثة بتحليل البيانات التي جُمعت من خلال المقابلات شبه المفتوحة مع المعلمين، من خلال تحليل الأنماط " Thematic analysis"، والاستعانة بمحلل آخر لديه

خبرة بتحليل المقابلات بحكم دراسته في الجامعة، وتواصلت الباحثة مع المحلل الآخر، والتشاور بآلية التحليل، وأوجه الإختلاف التي وقعوا بها، وتم التعديل حسب ما ارتآه الباحثان مناسباً.

وللتحقق من ثبات أداة تحليل المحتوى قامت الباحثة بحساب الثبات بطريقتين :

أولاً : الثبات عبر الزمن

حيث قامت الباحثة بتحليل كتب الرياضيات للمرحلة الثانوية (الأول ثانوي، الثاني ثانوي) " الفرع العلمي" بنفسها، وإعادة تحليله بعد مضي شهر على التحليل الأول، ومن ثم حساب معامل ثبات التحليل عبر الزمن بين التحليلين بإستخدام معادلة هولستي (Holsti) التي ذكرها طعيمة (2004،ص226)، وقد كانت كالآتي:

$$CR = \frac{2M}{N1+N2}$$

حيث أن M عدد الفقرات التي يتفق عليها الباحثان، N1، N2 مجموع الفقرات التي تم تحليلها.

وقامت الباحثة بصياغة المعادلة بالطريقة الآتية :

$$\text{نسبة الثبات} = \frac{2*(\text{الفقرات التي الاتفاق عليها بين التحليلين})}{\text{فقرات التحليل الأول+ فقرات التحليل الثاني}} \times 100\%$$

ويوضح الجدول أدناه (2-3) معامل الثبات عند تحليل المحتوى عبر الزمن، في كتب الرياضيات للصفوف الأول ثانوي بجزأيه الأول والثاني، والصف الثاني ثانوي الجزء الثاني .

الجدول (2-3)

معامل الثبات عند تحليل المحتوى عبر الزمن ، لكتب الرياضيات للصفوف الأول ثانوي بجزأيه الأول والثاني ، والصف الثاني ثانوي الجزء الثاني

المجال	الكتاب (الفرع العلمي)	فقرات التحليل الأول	فقرات التحليل الثاني	الفقرات التي تم الاتفاق عليها	الفقرات التي تم الاختلاف عليها	نسبة الثبات
الاستدلال والبرهان الرياضي	الأول الثانوي ج1	154	154	140	14	%90.9
	الأول ثانوي ج2	130	126	110	30	%85.9
	الثاني ثانوي ج2	106	124	101	21	%87.8

يوضح الجدول (2-3) أن نسبة الثبات لكتاب الرياضيات لصف الأول ثانوي علمي بجزأيه الأول والثاني على الترتيب : (90.5% ، 85.9%)، في حين أن نسبة الثبات لكتاب الرياضيات لصف الثاني ثانوي علمي الجزء الثاني (87.8%).

ثانياً : الثبات عبر الأفراد :

للتأكد من ثبات عملية التحليل، شُرع بتحليل الجزء الأول من كتاب الرياضيات للصف الاول الثانوي علمي، وتدريب باحثة أخرى على تحليل الكتاب، ومن ثم حساب معامل الثبات، كما ذكر في السابق، فكانت النتائج كما في الجدول (3-3) :

الجدول (3-3)

معامل الثبات عند تحليل المحتوى عبر الأفراد، لكتاب الرياضيات للصف الثاني ثانوي الجزء الأول

المجال	الكتاب (الفرع العلمي)	فقرات التحليل الأول	فقرات التحليل الثاني	الفقرات التي تم الاتفاق عليها	الفقرات التي تم الاختلاف عليها	نسبة الثبات
الاستدلال الرياضي والبرهان	الثاني ثانوي ج1	158	192	140	84	%80

يوضح الجدول (3-3) أن نسبة الثبات لصف الثاني ثانوي علمي الجزء الأول (80%). تواصلت الباحثة مع المحلل الآخر ومناقشته بأوجه الإختلاف، حيث أن الباحثة أقنعت المحلل الآخر بالتحليل ومدى صحته.

نلاحظ من الجدولين أعلاه (2-3) ، (3-3) ، أن نسبة الثبات تتراوح بين (80% - 90.9)، حيث يمكن عزو ذلك لفرق الاختلاف في تحليل كتاب الثاني ثانوي علمي الجزء الثاني عبر الأفراد.

إجراءات تنفيذ الدراسة

- الإطلاع على الدراسات السابقة، والإطار النظري ذات العلاقة بموضوع البحث.

- الإطلاع على محتوى كتب الرياضيات المدرسية للمرحلة الثانوية (الأول ثانوي والثاني ثانوي) "الفرع العلمي"، من المنهاج الفلسطيني الجديد، وقراءته بشكل متأنٍ دقيق.

– ترجمة معيار الإستدلال الرياضي والبرهان من النسخة الأصلية الواردة في وثيقة المعايير NCTM الصادرة عام 2000 م، ومناقشتها مع ذوي الإختصاص في تعليم وتعلم الرياضيات للتأكد من سلامة اللغة وصحة الفهم.

– الإشتقاق من المعيار الرئيسي عدداً من المؤشرات الفرعية الخاصة بالإستدلال الرياضي والبرهان والتي حددها المجلس القومي لمعلمي الرياضيات NCTM لصفوف المرحلة الثانوية (الأول ثانوي، الثاني ثانوي) "الفرع العلمي"، حيث استخدمت في تحليل محتوى كتب الرياضيات الفلسطينية للمرحلة الثانوية .

– ترتيب معيار الإستدلال الرياضي والبرهان، والمؤشرات الفرعية المنبثقة منه في جدول بحيث يشكل أداة تحليل للدراسة .

– عرض أداتي الدراسة (المقابلة، تحليل المحتوى) على محكمين وخبراء للوقوف على مدى توافقها مع أهداف الدراسة وأسئلتها، والتأكد من السلامة اللغوية ودقتها، واتخاذ التعديلات اللازمة قبل الشروع بعملية التحليل. ويوضح ملحق رقم (2، 3) الأداتين بالصورة النهائية .

– الحصول على الموافقة الشفهية من قبل المعلمين المشاركين؛ لإجراء المقابلات معهم، كما وتم أخذ إذن منهم بخصوص تسجيل المقابلات على الهاتف النقال ولم يعترض أي منهم على ذلك .

– تحليل البيانات كيفياً وكتابة النتائج للوقوف على مدى معرفة معلمي الرياضيات المرحلة الثانوية بالإستدلال الرياضي، ومدى توافره في محتوى كتب الرياضيات لنفس المرحلة.

– كتابة المناقشة والتوصيات في ظل نتائج الدراسة التي تم الحصول عليها .

تحليل البيانات

وُضّحت أدناه عملية التحليل التي تمت بها المقابلات شبه المفتوحة أولاً، ثم اتبعها خطوات تحليل محتوى كتب الرياضيات المدرسية للمرحلة الثانوية بما يخص معيار الإستدلال الرياضي والبرهان.

طريقة تحليل المقابلات شبه المفتوحة.

تم تحليل البيانات التي جُمعت من خلال المقابلات شبه المفتوحة مع المعلمين، من خلال تحليل الأنماط " Thematic analysis": وهي طريقة يتم بها ترتيب وتنظيم البيانات في أنماط وصفية أولية، حيث تعكس أمراً هاماً من المعلومات، وتكون الأساس في الوصول للأنماط الرئيسية، للوصول إلى فهم يعكس التوجهات التي يحملها المشاركون حول فحوى الدراسة (Braun & Clarke, 2006).

وفيما يلي الخطوات التي اتبعت في عملية التحليل :

أولاً : تم تفريغ التسجيلات الصوتية على شكل النصوص تحوي كل ما تَفوّه به المشاركون بشكل واضح ودقيق؛ وذلك للحفاظ على جودة البيانات "rich data"، (Maxwell, 2005).

ثانياً : قراءة نصوص المقابلات بتركيز وتعمق، فمن خلال عملية القراءة بدأت الباحثة بتسجيل معلومات أولية تحوي الأفكار التي تكررت أكثر من مرة، وتكوين الأنماط الأولية .

ثالثاً : شُرع بتحليل المقابلات، حيث تم إعطاء كل مشترك لوناً خاصاً به، لتمييز إجابته عن إجابات الآخرين، وتم تجميع البيانات المتشابهة معاً، ثم وضعها تحت النمط المناسب لها.

رابعاً : بعد مراجعة الأنماط وترتيبها وتنظيمها، تم التأكد بأن هذه الأنماط تجيب عن سؤال الدراسة المتعلق بأوجه الإستدلال الرياضي التي يركز عليها معلمو الرياضيات للمرحلة الثانوية .

خطوات تحليل محتوى كتب الرياضيات للمرحلة الثانوية (الأول ثانوي والثاني ثانوي) الفرع العلمي بجزأيه

.

– تم التحليل في إطار المحتوى للكتب، و استبعاد الغلاف ومقدمة الكتب، والفهارس.

– قراءة قائمة معيار الإستدلال الرياضي والبرهان بِحُلَتِها النهائية بعد الانتهاء من التحقق من سلامة صدقها وثباتها.

– المطالعة والقراءة بشكل متأنٍ و دقيق لمحتوى كتب الرياضيات المدرسية للمرحلة الثانوية الأول ثانوي والثاني ثانوي الفرع العلمي .

– تحديد كل ما ورد في الوحدة الدراسية من أنشطة، و تمارين، و أمثلة، و تدريبات، و مسائل، و أفكر، و مشاريع، و أشكال توضيحية، و موضوعات، **واعتمادها كفقرات** .

– تم اعتبار السؤال أو التمرين أو النشاط الرئيس وما يحتويه من أفرع تكراراً واحداً، اذ إنّه في الغالب يحتوي فكرة واحدة .

– البحث في مدى توفر معيار الإستدلال الرياضي والبرهان في كل فقرة من الفقرات .

– تفريغ نتائج التحليل الخاصة لكل كتاب بجدول خاص له، وايجاد التكرارات، والنسب المئوية لها .

المعالجة الاحصائية

– تحليل البيانات الواردة بالمقابلات باستخدام أسلوب تحليل الأنماط، وترميزها بإعطاء كل مشارك لون يميزه، ومن ثم تنظيم هذه الأنماط، وترتيبها بحيث تجيب عن سؤال الدراسة الأول .

– حساب التكرارات والنسب المئوية؛ لمعرفة مدى توفر المؤشرات، ومن ثم حساب التكرار، والنسب المئوية للمعيار الرئيسي " الإستدلال الرياضي والبرهان "، لكل كتاب من كتب الرياضيات المرحلة الثانوية (الأول ثانوي، الثاني ثانوي) الفرع العلمي بجزأيهما الأول والثاني .

– مناقشة النتائج التي تم التوصل إليها وتفسيرها .

المعايير الاخلاقية

تم الالتزام بالمعايير الأخلاقية المقررة من قبل جامعة بيرزيت أثناء تطبيق الدراسة، فتوجب على الباحثة الحصول على موافقة المشاركين لإجراء المقابلات، ووضحت لهم الهدف من إجراء هذه الدراسة ، كما وتم الحفاظ على سرية البيانات الشخصية للمشاركين؛ من خلال التعبير عن أسمائهم بأسماء مستعارة، والتعبير عن أسماء مدارسهم بحروف أبجدية، كما وأخذت الموافقة من المشاركين بتسجيل المقابلات صوتياً عبر الهاتف النقال، ولم يبدِ أحدٌ منهم اعتراضاً على ذلك، وتم نقل المعلومات المسجلة حرفياً إلى ملف المقابلات.

الفصل الرابع

عرض النتائج

المقدمة

تهدف الدراسة الحالية إلى فحص أوجه الإستدلال الرياضي التي يركز عليها معلمو الرياضيات، ومدى توافرها في كتب الرياضيات الفلسطينية للمرحلة الثانوية حسب معايير المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM)، وذلك من خلال الإجابة عن السؤاليين الآتيين :

السؤال الأول : ما أوجه الإستدلال الرياضي التي يركز عليها معلمو الرياضيات في المرحلة الثانوية ؟

السؤال الثاني : ما مدى توافر معيار الإستدلال الرياضي والبرهان في محتوى كتب الرياضيات الفلسطينية للمرحلة الثانوية حسب معايير المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM) ؟

وتفرع من السؤال الثاني سؤاليين فرعيين :

أولاً : ما مدى توفر معيار الإستدلال الرياضي والبرهان في محتوى كتاب الرياضيات للصف الأول ثانوي علمي بجزأيه حسب معايير المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM) ؟

ثانياً : ما مدى توفر معيار الإستدلال الرياضي والبرهان في محتوى كتاب الرياضيات للصف الثاني ثانوي علمي بجزأيه حسب معايير المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM) ؟

تمت الإجابة عن أسئلة الدراسة باتباع المنهج الكيفي، حيث جمعت البيانات من أربعة مشاركين (معلمين، ومعلمتين)، وذلك من خلال إجراء مقابلات شبه مفتوحة معهم، وتحليل البيانات الواردة في المقابلات من خلال تحليل الأنماط (Thematic analysis)، كما وتم الحصول على معلومات أخرى من خلال تحليل

محتوى كتب الرياضيات الفلسطينية للمرحلة الثانوية (الأول ثانوي، الثاني ثانوي) الفرع العلمي، باستخدام أسلوب تحليل المحتوى (Content analysis)، مما يساعدنا على رسم صورة تعكس مدى تضمين الإستدلال الرياضي والبرهان في الحصص المدرسية للمرحلة الثانوية .

في هذا الفصل عُرضت نتائج الدراسة التي تم التوصل إليها .

النتائج المتعلقة بالسؤال الأول

السؤال الأول : ما أوجه الإستدلال الرياضي التي يركز عليها معلمو الرياضيات في المرحلة الثانوية ؟

كان المعلمون هم المصدر الأساسي للبيانات الضرورية لهذا السؤال، حيث نتج عن تحليل المقابلات الخاصة بالمعلمين مجموعة من النتائج التي تعكس أوجه الإستدلال الأكثر استخداماً وتركيزاً من قِبَلِهم. وفيما يلي نستعرض النتائج :

إدراك الإستدلال الرياضي والبرهان كنواحٍ أساسية للرياضيات .

يتبع المعلمون طرق واستراتيجيات تدريس متنوعة، وذلك حسب المادة المطروحة في الكتاب المدرسي، حيث أن لكل درس مدخلاً معيناً وموضوعاً معيناً مختلفاً عن الدرس الآخر، وليس من المجدي اتباع طريقة تدريس موحدة لكل المواضيع، ولكن أجمع المعلمون على أنه مهما كان محتوى الموضوع، لا بد من ربطه بواقع الطلبة وحياتهم؛ حتى يشعروا بأهمية الرياضيات، وأنها مرتبطة بحياتهم، وليس مجرد أرقاماً بلا معنى، حيث إنّ هذه الطريقة تزيد من شغف الطلبة لموضوع الدرس، وتحفزهم على التركيز مع المعلم، وذلك لأن موضوع الدرس ارتبط بأهدافهم واهتماماتهم، لذلك يجتهد المعلمون بتقديم مقدمة درس شيقة خاصة وإن كان

موضوع الدرس يعرض على الطلبة لأول مرة، حيث يقدمه كل معلم حسب طريقته واستراتيجيات تدريسه وبيئة صفه.

حيث عبرت عن ذلك المعلمة هبة قائلةً " *مثلاً بصف التوجيهي علمي ما عمرهم سمعوا ب اشي اسمه مجموع ريمان فما بدخل على الدرس مباشرة بالقانون، بحكيلهم مثلاً عنا قطعة أرض غير منتظمة وسيدك حكالك انتِ مخلصة توجيهي علمي اعطينا مساحتها، كيف بدك توجدي مساحتها، مثلاً رح يحكولي بنقدر نقسمها لأشكال بنقدر نوجدها طيب هون ضل شغلات وفتافيت كيف بدنا نوجدها، بعدها بفوت على درس مجموع ريمان وأن ريمان قام بتقسيمها إلى مستطيلات للمالانهاية بحيث قدر يوجد المساحة* "، نلاحظ أن المعلمة هنا أثارت تفكير الطلبة بوضعهم في مشكلة بحاجة إلى حل، وحلها مرتبط بالدرس الجديد، مما يشعر الطلبة أن الدرس ممكن أن يستفاد منه في حياتهم العلمية والعملية .

في حين أن المعلمة منال تنظر إلى بداية الدرس على أنه أمر أساسي وضروري، فالنسبة لها يجب أن تكون البذرة صحيحة للطلبة حتى تمكنهم من الإنطلاق في التفكير، فقالت" *كل درس عندي له بداية مثلاً بدرس الاحتمالات للصف الأول ثانوي علمي ببدأ بالتجريب بشيء عملي ملموس ، درس الاقترانات بمثلهم الرسوم على برنامج الجيوجيبرا، وبستخدم"Toutch board" حتى يمثل الطلبة ويشوف ويقتنع* ".

أما المعلم محمد فإنه يركز في بداية كل درس على بيان أهميته من الناحية العلمية والنظرية، بالإضافة إلى التركيز على التعريف الخاص بالمفهوم فعبّر عن ذلك قائلاً " *أنا ببدأ بالدرس بالنشاط الي موجود بالكتاب وبحكي لطلاب بشكل عام أهمية الوحدة من الناحية النظرية والعملية بس بأكدلهم دائماً وبركزلهم على تعريف الموجود بالدرس* ".

في حين أنّ المعلمين الثلاث: أحمد، وهبة، ومنال نادراً ما يبدأون الدرس من خلال النشاط الوارد في الكتاب، فبنظرهم أن بعض الأنشطة يكون مدخلها على الطلبة صعب ويعقد المفهوم عليهم، حيث أشار لذلك المعلم أحمد " *مرات مقدمة الدرس الي موجودة بالكتاب من خلال النشاط الأول ما بتطرقلوا بعطي للطلبة مثال من عندي أقربلهم لأني بعرف كيف بفكروا طلابي وشو أسهل اشي الهم مثلاً درس المتغير العشوائي ما حليت أول نشاط بدأتلهم بفكرة حجر نرد وإنه رح نرميه ثلاث رميات بدنا نحسب كم مرة رح يطلع معنا العدد فردي، ممكن يطلع ولا مرة يعني صفر، ممكن يطلع مرة وحدة يعني هون واحد، ممكن يطلع مرتين يعني اثنين وممكن يطلع بثلاث رميات يعني ثلاث اذن صاروا { صفر ، 1 ، 2 ، 3 }، وهذا هو المتغير العشوائي* ".

أشارت المقابلة إلى أنّ المعلمين يشجعون تفكير طلبتهم، ويحفزونه من خلال الأسئلة التي تطرح إليهم، بنظرهم هذه الطريقة تبين فهم الطلبة واتجاهات تفكيرهم، كما وتجعل الطلبة بتركيز دائم مع المعلم ولا يتشتت في أمور أخرى وتقلل من الملل بالحصة .

حيث أشارت إلى ذلك المعلمة منال حيث قالت أثناء المقابلة " *طالباتي فضوليات وبحبوا يسألوا وبضلهم يسألوا لحتي يقتنعوا وأنا بحب هيك وبتحفز لأعطي الطلبة كمان معلومات، لأنه بنظري طالب العملي لازم يكون عنده قدرة على الحوار والمناقشة وتقديم حجج رياضية وأدلة حتى يقنع الي قباله* ".

ووافقتها الرأي المعلمة هبة حيث أن هذا الأسلوب تستخدمه كثيراً في حصتها " *أنا كثير بستخدم مع طالباتي كلمة ليش هيك صار فسروا احكولي مش مقتنع مين عندها فكرة ثانية* " كما ودعمت قولها بموقف حصل في حصتها " *مثلاً كثير مرات بتصير معي بنت بتطلع على اللوح وبتحل غلط وبخليها ترجع مكانها*

وبسأل البنات ، شو رأيكم ليش صح وليش غلط وبخليهم يتناقشوا ويردوا ع بعض ويحمى النقاش بينهم وأنا بضل ساكتة ما بعطي رأيي بسرعة، عشان أشوف لوين واصلات بالفهم "

في حين أن المُعَلِمَيْن أحمد ومحمد يدعمان النقاش بالحصة، ويعترفان بمدى أهميته، حيث أنه يساعد على إيصال المفهوم، والفكرة للطلبة، لكنهما يسمحان بالنقاش والحوار ضمن شروط، وقيود، أهمها قطع النقاش في حال حدوث فوضى في الصف، أيضاً يفتح المعلمان باب النقاش من خلاله فقط، ولا يسمح للطلبة بالنقاش والحوار فيما بينهم، كما أن المعلمين يقيمان السؤال، ومدى أهميته فإن أحسّا بأنه مضيعة للوقت يقطعان النقاش ويكملا الشرح، وهذا ما وضحه المعلم أحمد بقوله " *عندي الطلاب حساسين وممكن اذا ناقشوا بعض يصير فوضى ويحتد النقاش عشان هيك بحكيلهم اسألوني أنا، ومرات أسئلتهم مضيعة للوقت ناتجة عن قلة متابعة ودراسة فبحكيله ارجع للكتاب وبسكر النقاش* "، وكان منسجماً مع رأيه المعلم محمد " *أنا بسمحلهم يناقشوا بس بدون فوضى، مرة الطلاب عندي ما فهموا شغلة طلعت طالب يشرحلهم ويفسرلهم وفهموا عليه، بس لازم النقاش يكون بس معي مش لازم يحكي مع زميله*".

وعندما سألت الباحثة عن أسئلة أفكر وأناقش المطروحة بالكتاب وكيفية طرحها للنقاش على الطلبة وتوجيه تفكيرهم، اتفق المعلم أحمد ومحمد على نفس الإجابة " *ما بنجاوب أسئلة أفكر واناقش ما بنشوفها مهمة وبعدين ما في وقت بالحصة نضيعوا بهاي الأسئلة يا دوب نختم المنهاج بس احنا بنحفز الطلبة على تفكير بأمثلة من عنا* " واتفقت معهم المعلمتان قليلاً " *بصراحة ما بنحلهم كلهم صعبات عليهم*" .

أظهرت نتائج التحليل إجماع المعلمين على عدة أمور – بما يخص آلية توجيههم في حل مسألة أو مشكلة معينة– حيث إنّ لكل معلم طريقة تعتمد على البيئة الصفية، ومستوى الطلبة الذين يتعامل معهم، لكن اتفق جميعهم على أن المسألة أو المشكلة التي يوجهونها للطلبة يجب أن يصنفوها إلى معطيات، ومطلوب،

وإعطائهم كلمات مفتاحية تساعد على معرفة القانون المراد التطبيق عليه، ففي نظرهم أن المسألة تحوي على عدة مهارات، ليس شرطاً أن يتقن الطلبة المهارات جميعها، بل يتقن كل طالب عدد معين من المهارات حسب مستواه (مراعاة الفروق الفردية)، فعندما سُئل المعلمون:

" *كيف توجهون تفكير طلبتكم لحل مشكلة معينة أو مسألة معينة ؟ على ماذا يتم التركيز وما هي المهارات التي تنتظروا من الطلبة اتقانها* ؟ "

أجاب المعلم أحمد " *أول شي بخلي الطلبة يقرأوا المسألة قراءة متأنية يشوفوا عن شو بتحكي في طلاب عندهم قدرة يلخصوا المسألة بمعطيات ومطلوب، في طلاب عندهم قدرة يلخصوا المسألة بالرموز ، وفي عندي طلاب بلخصوا المسألة برسمة أنا بشجعهم على كل الطرق الي بستخدموها لأنه كل طالب بمثل حسب تفكيره، بعدين بعلمهم انه في كلمات مفتاحية بدلهم شو يستخدموا عشان يعرفو المسألة على أي قانون وبخلي الطلبة يفكروا بمعقولية الجواب بمقارنته بالمعطيات والمطلوب، مثلاً أعطيت الطلبة سؤال وضل يطلع مع أحد الطلاب الزمن بالسالب مع انه كل تطبيقه صح الا أنه فكر بمعقولية الجواب وحس أنه في خطأ طلع ناقل رقم عن اللوح غلط* " .

ووافقته الرأي المعلمة منال مضيفة عدة أمور منها : تجعل الطلبة يتحققون من أجوبة بعضهم وأيضا تصمم المسألة بحيث تجعل مفتاح الحل يعتمد على خبرة سابقة (كنظرية أو قانون سابق) حيث قالت" *أنا بكل نهاية وحدة بوزع على الطالبات أول ثانوي وثاني ثانوي علمي أوراق عمل وبعمل مجموعات ثلاثية وبخليهم يحلوا ويفكروا بالحل، هيك في عدة أمور بحققها منها بفكروا مع بعض وبتناقشوا، بقرأوا المسألة بفكروا فيها بقسموها لمعطيات ومطلوب ويعرفوا على أي قانون يشتغلوا وبفكروا بالجواب الي طلع معهم وبتحققه منه وبخليهم يبدلوا الأوراق بين المجموعات عشان يتحققوا من أجوبة بعض ويقارنوا أفكارهم بأفكار غيرهم* "،

وأتبعت ذلك قائلة " *طالباتي كثير شاطرات وبحبوا يدوروا ويجيبوا أسئلة خارجية خاصة التوجيهي وكثير منها حلها بعتمد على خبرات سابقة مثل الميل والمسافة بين نقطتين* " .

أما المعلمة هبة والمعلم محمد كانت آراؤهما متشابهة، حيث أجمعا على أن " *قراءة المسألة مرتين، ومعرفة المعطيات والمطلوب ومعرفة مالمشكلة وما يستعجل الطالب بالإجابة، ولازم يعرفوا وين حل المشكلة من وين أبدأ من أي طريق أروح*، حيث أضاف المعلم محمد قائلاً :" *بخليهم يركزوا على المطلوب ويفكروا فيه ويعرفوا على شو بدهم يحلوا بعدها بروحوا على المعطيات وبشوفوا شو معهم شغلات تساعدهم* " لكن لم يطرح أي منهم فكرة التأكد من معقولية الجواب بالتحقق من الحل ، حيث *قالت المعلمة هبة عندما سئلت عن التحقق من الحل* " *طالباتي بستعجلوا وما بتحققوا همهم يتطبقوا على القانون وبس واذا عرفوا شو القانون الى لازم يطبقو عليه هاي نعمة* "، أما المعلم محمد فكان جوابه " *أنا ولا مرة سألتهم بس أكيد بعرفوا* "، كما قال " *كمان ما بحيبلهم أسئلة بتعتمد على خبرات سابقة لأنه بالتوجيهي بجيبوا بس من الكتاب حتى لو بدهم يجيبوا فكرة خارجية بكونوا حاطين الخبرة السابقة كإرشاد على جنب السؤال* "

يفضّل المعلمون إيجاد طرق حل مختلفة للطلبة، ويسمحون للطلبة بالبحث عن طرق حل متعددة، واعتمادها في الإمتحانات اذا كانت صحيحة ومنطقية، وذلك من باب أن الطرق المختلفة تتيح للطلبة فرصة لإختيار الطريقة الأسهل والأقرب إلى فهمه، حيث اتفق المُعلميْن محمد وأحمد بالرأي حيث قالا " *أكيد بنحب يجيبوا طرق مختلفة أسهل عليهم وكمان لمن نصلح توجيهي بكونوا حاطين عدة اجابات محتمله للسؤال ومش شرط تكون من الكتاب* " .

أما المعلمة منال كان لديها تخوف حيث قالت :" *أنا بحب طرق الحل المختلفة وبسمعها من الطالبات بس أنا بعتمد على اللوح طريقة حل وحدة لأنه بخاف على الطالبات يتشتتوا، لكن ما عندي اجابة نموذجية في التصليح شو ما بتكتب الطالبة طريقة حل وكان حلها صح بحسبلها ياه صح* " .

في حين أن المعلمة هبة قالت " *إذا كانت طريقة الحل بعرفها بعتمده وخاصة إذا كانت أسهل من طريقة الكتاب لكن اذا لا خلص بطنش الموضوع، بصراحة بعض البنات الي عندي ما بتقبلوا طرق الحل المختلفة بتشتتوا عشان هيك بخلي مرجعية الطلبة الكتاب* " .

اتفق جميع المعلمين على أن تقديم التغذية الراجعة للطلبة مهمة جداً حيث إنها تبين لهم أوجه الصواب والخطأ في إجاباتهم، حتى عند تصحيح الإمتحانات، يقوم المعلمون بكتابة الملاحظات والإجابة الصحيحة الكاملة على ورقة الطالب بجانب السؤال، وخصوصاً في الحصة وعند إثارة النقاش بينهم، يقوم المعلمون بتقديم التغذية الراجعة لطلبتهم، وهذا ما أشاد به المعلم أحمد بقوله " *أوراق التوجيهي بقعدوا عندي أكثر من اسبوعين وانا أصلح لأني بكتب الجواب الصحيح جنب الإجابة الخاطئة عشان يعرف الطالب وين أخطأ* "، واتفقت معه المعلمة منال " *أنا بشجع الطالبات بالحصة وبحكيلهم عن اجابتهم ليش صحيحة وليش خاطئة مع تقديم أدلة إلهم عشان يقتنعوا* "، أما المعلمة هبة فتقدم التغذية الراجعة لطلبتها من خلال الحصة، بالإضافة إلى أنها تسمح للطالبات بمراجعتها بأوراق الامتحان " *آآه لازم البنات نقدملهم تغذية راجعة عن أدائهم حتى بسمحلهم يراجعوني بالتصليح لمن أسلمهم* "، أما المعلم محمد فإنه يخصص حصة دراسية بعد أداء الامتحان وذلك لحل الأسئلة للطلبة ومناقشتها، حيث بنظره يجب أن تقدم التغذية الراجعة بشكل فوري لطالب حتى يتم الاستفادة منها بقوله " *أنا بعد كل امتحان بخلي حصة كاملة انجاوب فيها الأسئلة وبنتناقش حتى*

الطلبة بتصير عندهم الأفكار مألوفة ما بوقعوا بالغلط كمان مرة، التغذية الراجعة مهم اذا كانت فورية ومش لازم المعلم يأجل تعليقه عن اداء حل طالب لآخر سنة مثلاً "

تطرق المعلمون للحديث عن التعبير الرمزي، والكتابة بشكل رسمي لطلبة هذه المرحلة، فكان بعضهم يؤيد تعبير الطلبة عن المسائل الكلامية، أو عند كتابة البرهان باستخدام الرموز بطريقة منطقية ورسمية، وكان أكثر المعلمين استخداماً لذلك المعلم أحمد والمعلمة منال حيث اتفقا على نفس الرأي .

قالت المعلمة منال: *" أكيد أنا بستخدم أسلوب الكتابة برموز تجريدية حتى بحكيلهم مسألة كبيرة بنقدر نختصرها بكم رمز ومدربهم على هاد الاشي "*، أما المعلم أحمد *" طريقة التعبير برموز هي من أهم أساسيات الرياضيات لأنه الطلبة المرحلة الثانوية وخاصة العلمي لازم يعرفوا يكتبوا بطريقة رسمية "*

أما المعلم محمد وهبة فكانا يحملان نفس الرأي تقريباً ،حيث قالت المعلمة هبة " *ما بحبذ يكتبوا برموز ما بحب الطلبة يشوفوا الاشي مجرد"*، في حين أن المعلم محمد فكان مستوى طلبته لا يساعد على الكتابة بطريقة رسمية حيث قال " *طلابي عندهم ضعف في فهم المسألة فكيف بدهم يحولوها لرموز كثير بنواجه مشكلة في المسائل الكلامية لأنه مثلاً طول المستطيل ضعفي عرضه بعبروا عنها على فرض طول المستطيل(ص) والعرض س بكتبو(س = 4ص)*"

صنع التخمينات الرياضية وتقصيها .

اعتبر اثنان من المعلمين أن التخمين مهم جداً في الرياضيات، وملكة التخمين تبقى مرافقة لطلبة طيلة العمر، لكن يطلبون منهم أن يصحب التخمين التحقق منه بطرق حل رسمية بالقوانين، لكن بشرط ألا يكون التخمين أسُاسه الحظ، وليس التفكير بمنطق، هذا ما عبّر عنه المعلم أحمد قائلاً :" *شغلة التخمين بتصير*

معي كثير بصف الحادي عشر والثاني عشر بالعكس هذا ممتاز وأنا بشجع عليه بس بحكيله ممتاز جوابك صح احكيلنا كيف فكرت ؟ مثلاً كثير بنستخدم التخمين بوحدة الاحتمالات مثلاً صياد بده يصيد هدف شو الاحتمالات الي بتطلع معك هون بده يشغل عقله ويخمن ويتخيل"

وشجع على ذلك المعلم محمد قائلاً " *أكيد التخمين ما بعملوه الا الطلبة الأذكياء وهاي موهبة لازم أنميها عند الطلبة، وبشجعها كثير بضع دائرة لليش يغلبوا حالهم ويحلوا والجواب بكون عندهم قدرة يخمنوه ويقدروه لكن مرات منطق السؤال ما بشجع على التخمين وبكون فيه العلامات على القوانين خاصة بالتوجيهي عشان هيك بحكيلهم بتقدروا اتخمنوا بضع دائرة لكن بأسئلة الحل حلوا بالقوانين* " .

أما المعلمتان منال وهبة كان لهما الموقف نفسه، وهو أن التخمين يلعب به الحظ دوراً كبيراً، حيث أعربت المعلمة منال عن ذلك قائلةً " *أنا ما بشجع كثير التخمين، بالنسبة للطلبة الحادي عشر السنة الجاي بدهم يصيروا توجيهي وبالتوجيهي في علامات على القوانين أنا بحب البنات يحلوا بطريقة منطقية ومقنعة ويتأكدوا من الجواب* "، وأضافت إلى أن بعض المواضيع في الكتاب تجعل الطلبة يخمنون فيها تلقائياً حيث قالت " *آآه ممكن استخدم التخمين أكثر شي بوحدة الاحتمالات مثلاً لمن يحزروا المتغير العشوائي ولمن يكتبوا الفضاء العيني هون بدهم يشغلوا التخمين والخيال عندهم مثلاً في درس المتغير العشوائي أول ما شرحت الدرس أعطيتهم نشاط على اللوح مثلاً صندوقان فيه ثلاث كرات حمراء وثلاث كرات صفراء، ويتوقف السحب عند سحب كرة حمراء كم كرة ممكن يسحبوا، هون الطلبة شغلوا خيالهم وتخمينا تهم* " .

أما المعلمة هبة نفت نهائياً أهمية التخمين فقالت " *لا لا شو تخمين(By chance) أنا بحب الطالبات يحلوا بطرق التقليدية لأنها غالباً بتعطي الجواب الصحيح على الأكيد* "، حيث اعتبرت التخمين لطلبة المرحلة

الابتدائية " *التخمين بوخدوه بالمراحل الدنيا وبأسسوهم عليه مثلاً لمن كانوا يعطوهم جمل مفتوحة ويخمنوا جوابها بس هسة الكبار عنا لازم يطبقوا على القوانين* ".

أما فيما يخص كشف الأنماط، أشار المعلمون إلى عدم استخدامه بكثرة؛ وذلك لعدم اهتمام الكتاب به، وإثرائه بتمارين متعدد ومتنوعة، حيث تواجد فقط في وحدة المتتاليات وبتمارين محدودة، ولم يتم إغناء دروس الكتاب بتمارين متعددة تتناسب مع موضوع الدرس، فكان يستخدم النمط في الصفوف المرحلة الدنيا .

وفي بداية درس المتتاليات، عند اكتشاف النمط لكتابة الحد العام للمتتالية، قال المعلم احمد " *آآه بعلم الطلبة يكتشفوا النمط خاصة بوحدة المتتاليات وبخليهم يكتشفوا القاعدة هل هي خطية ام تربيعية او تكعيبية من خلال الفروق، أيضا استخدمت النمط لمن شرحت قانون ذات الحدين لصف الاول ثانوي خليتهم من خلال النمط يكتشفو عدد الحدود و القوة لكل حد* " .

أما باقي المعلمين فكان رأيهم : " *احنا بنخلي الطلبة يكتشفو النمط بالدرس الأول من وحدة المتتاليات والمتسلسلات لكن بعد ما يوخذوا المتتالية الحسابية والهندسية خلص بصيروا يحلوا على القوانين وبنحكيلهم الدرس الأول ما بنجيبلكم، لأنه مثلاً بالتوجيهي ما بتمر معهم وحدة المتتاليات والمتسلسلات* " .

إنتقاء واستعمال أنواع متنوعة من البرهان .

تفاوتت أهمية البرهان بالنسبة للمعلمين، وطريقة إغنائه بالحصة المدرسية بين موافق، ومحايد، وغير محبذ، على وجوده في الكتاب المدرسي.

حيث كان للمعلمتيْن هبة ومنال رأي ايجابي بما يخص البرهان وإثرائه بالحصص المدرسية، مع التأكيد على أن طبيعة الموضوع هي التي تقيد استعماله واغناءه خاصة في وحدة البرهان الرياضي، حيث أن الطلبة يجب

اقناعهم وإعطاؤهم سبب مجيء القانون، وهذا ما قصدته المعلمة هبة حيث قالت " *أكيد أنا بثبت للبنات القانون اذا طلبوه مني أو اذا حسيت إنه اثبات القانون بساعد على الفهم مثلاً بنظرية بلزانو بالتوجيهي أخذت اثباتها من الطلبة قعدت احكيلهم ق(س) ليش متصل وليش هيك طيب فهموني كيف أجت النظرية وهكذا* " .

وأكدت على كلامها المعلمة منال بقولها " *أكيد بثبتلهم القوانين حتى لو مش مطلوبة، طالب التوجيهي العلمي لازم يتميز بقدرته على الإثبات والإقناع هاد الاشي بعطي الرياضيات منطقيتها وتسلسلها* "، وهذا ما أشارت إليه المعلمة هبة عندما عبّرت عن أهمية الإثبات حيث قالت " *ضروري الاثبات يعرفوه طلبة العلمي لأنه بربط الرياضيات ببعض، لأن الطلبة لمن يوخذوا المعلومة جاهزة بالتالي لا يحدث فهم عميق للمادة، و حتى تعرف أن القانون لا يأتي عبث، لأن الرياضيات مرتب ترتيب منطقي والطلبة لمن يوخذوا معلومة ما بربطوها، لكن عند الإثبات بتشوف قديش في ربط ويوجد منطقية وما في اشي بيجي هيك بدون سبب* ".

أما المعلمان محمد واحمد فكان لهم رأي مخالف نوعاً ما للمعلمتين من منطلق أن الطلبة فقط عليهم معرفة كيفية تطبيق القانون، أما اثباته غير مطلوب ويوجد العديد من مواطن الإثبات في التوجيهي غير مطلوبة من الطلبة، حيث قال المعلم أحمد " *ليش أوجع راس طلابي بالإثبات مهو أخذ وقت كبير من الي اثبته لليش التعقيد* "، في حين أن المعلم محمد كان رأيه متماشياً مع رأي المعلم أحمد فقال " *في الدورات اتناقشنا بالموضوع وأجمعنا أنه الإثبات بنحط للطلبة المتفوقين وطلاب هالأيام نسبة ذكائهم متوسطة عادية فالإثبات في كثير من الأحيان بربكهم، كمان في فجوة كبيرة بين أول ثانوي وتوجيهي علمي ومرحلة الجامعة بما يخص الرياضيات لذلك مش مهم يعرفوا الإثبات مش رح يطلع معهم للجامعة* " .

اتفق المعلمون الأربع على أن الإثبات في كثير من الأحيان، يستصعب منه الطلبة وأعزو ذلك على التأسيس الضعيف الذي يحظى به الطلبة منذ الصغر، وهذا ما كان واضحاً لديهم في وحدة الإثبات والبرهان في الصف الأول ثانوي علمي حيث قالت المعلمة هبة " *طلابي ضعاف نوعاً ما بالإثبات حتى بعد ما خلصنا وحدة البرهان بسألهم عن اثبات اشي معين ما بتحدثوا بلغة رسمية وما بحكوا برموز بحكوا بالعامية و بعطوني جواب الإثبات بمثال عددي، كمان مرات بوخذوا الاشي المراد اثباته في الإثبات كثير فهمتهم بس في منهم مش مستجيب* " ..

أما المعلم أحمد فيواجه مع طلبة التوجيهي مشكلة بالإثبات، ويرى أنّه ليس لديهم قدرة على الربط بين الخطوات فقال " *في طالب عندي حل سؤال اثبات ووقف بالاخر مش عارف يكمل شفت حله لقيته مش عارف يربط بين الخطوات ويكتب اشي بدلالة اشي* " .

أما المعلم محمد فكانت بالنسبة له وحدة البرهان وحدة مملة للطلبة فقال " *كثير الطلاب بستصعبوا من البرهان خاصة التناقض والاستقرائي عشان هيك أنا بحكيلهم في الامتحان بجيبلكم نفس أسئلة الكتاب اتقنوها وبس* "، وتوافق معه المعلم أحمد " *عشان أخفف توتر وحدة الإثبات بحكيلهم جمل مفتاحية ان شفتوا أرقام حلوا على الإستقرائي، ان شفتوا فردي وزوجي حلوا على المباشر أو غير مباشر غير ذلك حلوا على التناقض، مثلاً بالتوجيهي لمن يجيوا يثبتوا أنَ التسارع يتناسب طردياً مع السرعة وعكسياً مع الزمن فبحكيلهم لمن تيجوا تثبتوا وتطلع في البسط معناها التناسب طردي، واذا طلع بالمقام معناها التناسب عكسي*" .

اتفقت المعلمتان هبة ومنال على رأي واحد، وهو أن مستوى الطلبة هو الذي يشجع على التفكير بطرق الإثبات حيث قالت المعلمة منال " *السنة الماضية بالتوجيهي ما كنت أسترجي أحكي عن اثبات اشي خارجي كانوا البنات يرتبكوا، بس هاي السنة مستوى البنات عالي كل يوم بعطيهم اثبات شغلات وحتى*

واجبات بيتية ليفكروا ويشغلوا مخهم "، في حين أن المعلمة هبة قالت " *أنا بالصف الحادي عشر والتوجيهي علمي بعطي اثباتات وشغلات بدها مهارات تفكير عالية بس مثلاً بالصف العاشر ولا بتطرق لإشي اسمه اثبات مستوى البنات كتير ضعيف وفي منهم يا دوب بجمع و بطرح* " .

كما ويلاحظ من نتائج المقابلة اتفاق جميع المعلمين على ضرورة مراجعة الطلبة بخبراتهم السابقة؛ للكشف عمّا لديهم من مفاهيم بديلة، وتصحيحها قبل الشروع بعرض الدرس الجديد، حيث أشار المعلمون بأنّ خبرة المعلم الطويلة في مجال تدريس الرياضيات للمرحلة الثانوية، يكون له القدرة على توقع ما يحتاجه الطلبة من خبرات سابقة، وما هي مواطن الخطأ التي من الممكن أن يقع بها الطلبة، ويتفاداها بالتنويه إليها .

وهذا ما أعرب عنه المعلم محمد قائلاً " *أنا قبل ما ببلش بالدرس الجديد بكون عارف شو بحتاجه خبرات سابقة وقوانين ممكن تساعدهم مثل قوانين الأسس وهاي الأمور فبعملهم ورقة بتلخصلهم قوانين ممكن يحتاجوها بالوحدة وبطبعلهم ياها وبخليهم يحتفظوا فيها وبرجعولها عند الحاجة* " .

في حين أن المعلمة منال تراجع الطلبة بالخبرات السابقة بطريقة تساعدها على الدخول للدرس الجديد حيث تجعل الطلبة بأنفسهم يصلون إلى أساس الدرس فقالت " *أنا بكشف عن الخبرات السابقة للطلبة وبعدل عليها وبيني هيك بتيجي أسهل علي وبتختصر وقت مثل درس الاتصال للطلبة طلعت بنات على اللوح رسمولي رسمة اقتران الجيب والجتا ورسمة الاقتران التربيعي وأكبر عدد صحيح هدول كلهم اخذوهم بعاشر وبعدها حكيتلهم شو الفرق بين رسمة الجيب وأكبر عدد صحيح ؟ هون الطلبة بلاحظو الفرق وهاد أساس الدرس* " .

ووافقهم الرأي المعلم أحمد حيث أشاد بضرورة الكشف عن خبرات الطلبة، والبدء منها حيث قال" مثلاً *بدرس المساحات بالتوجيهي بحاول أربطلهم بخبراتهم السابقة مثلاً براجعهم بمساحات أشكال هندسية أخذها الطالب وبحكيلهم انه في كمان طريقة أخرى لحساب المساحات وهي التكاملات، برضه برسم خطوط موازية لمحور الصادات هذه حدود التكامل س = 3 هذه حدود التكامل وليس اقتران، ص = 7 موازي لسينات هذا الاقتران الي بدي اوجد تكامله يوجد فرق بين الاقتران و حَد التكامل .."*

كما وأشارت المعلمة هبة إلى ضرورة الكشف عن الخبرات السابقة، ومراجعتها للطلبة قبل البدء بالدرس الجديد؛ ففي كثير من الأحيان يكون مفهوم الدرس الجديد سهل، لكن الطلبة يشعرون بصعوبته بسبب الخبرات القليلة التي يمتلكها الطلبة، حيث عبّرت عن ذلك قائلةً" *بدرس النهايات والاتصال لازم الطلبة يكون عندهم قدرة انهم يعيدوا تعريف اقتران القيمة المطلقة وأكبر عدد صحيح لكن وأنا بشرح اكتشفت أنه الطلبة من خلال أسئلتهم مش متمكنين من إعاد التعريف حتى انه في طالبات مش عارفات بالمرة فاضطريت أوقف الشرح وأبلش بمراجعة معهم بإعادة تعريف وهيك أخذ الدرس معي أكثر حصص واتأخرت عن الخطة بحصة ، مش مشكلة المهم يفهمو ".*

- أهمية الإستدلال الرياضي والبرهان لطلبة المرحلة الثانوية من منظور المعلمين

بينت نتائج تحليل المقابلة منظور كل معلم تجاه الإستدلال الرياضي والبرهان، حيث إنّ كل معلم يهتم بجزئية معينة من الإستدلال ويغنيها داخل الشرح في حصته، حيث اتفق المعلمون على مهارة التفسير والتبرير، وجعل الرياضيات مهمة للطلبة، على أنها أكثر أوجه الإستدلال الرياضي أهمية وسهولةً .

وهذا ما عبّرت عنه المعلمة منال: " *بصراحة لمن سألتيني شو معنى الإستدلال ما عرفت بس أنا طلعت بستخدمه بحصتي بس بشكل كبير مثلاً كثير بركز على أنه الطلبة يفسروا ويبرروا هاد أكثر شي بستخدمه من الإستدلال، وبتطرق للإثباتات خاصة السهلة بس بحبذ التفسير لأنه الطلبة بستمتعو فيه، طبعاً الإستدلال مهم لهاي المرحلة لأنه طالب التوجيهي لازم يكون عنده قدرة على الإقناع باستخدام أدله سواء كانت الأدلة تفسير أو تبرير أو اثبات حتى* " .

أما المعلمة هبة: " *أنا أخذت اشي زي هيك بالماستر بس ناسيه، الإستدلال بشوفه مهم بالحصة خاصة لطلبة هاي المرحلة وأنا بركز أكثر اشي على أنه الطلبة يفسروا ويحكوا بصوت عالي ويقارنوا أفكارهم بغيرهم وهاد الأسلوب مهم بخلي الطلبة يفكروا بمنطقية وبتسلسل بالعكس هاد أساس الرياضيات* " .

وبالنسبة للمعلم محمد واحمد فكانا لهم رأي مختلف نوعاً ما عن المعلمتين، حيث كان رأيهما في أن الإستدلال مهم، لكن ليس مهم بدرجة كبيرة لطلبة المرحلة الثانوية، و كان رأي المعلم أحمد: " *الإستدلال بصراحة بستخدمه مع أنه ما معي دبلوم التربية مش كل شي فيه أكثر شي بعتمد من الي ناقشناه بالمقابلة انه الطلبة يكون عندهم قدرة انهم يفسروا ويبرروا و هاي أهم المهارات الي لازم يتقنوها بنظري بهاي المرحلة بس ان كانت هاي المهارة رح توخد من وقت الحصة ما بعطيها بصراحة لأنه ما في وقت نقعد نناقش ونحاور بطلبة ويبرروا ويفسروا المهم بالاخر يطبقوا ويدربوا زي التوجيهي على أسئلة سنوات سابقة بصراحة لو بدنا نطبق هالحكي ما بنختم* " .

وهذا ما أكده قول محمد: " *أنا بشوف الإستدلال مش مهم كثير لطلبة المرحلة الثانوية المطلوب منهم يعرفوا القانون الي لازم يستخدموه ويطبقوا عليه أما هاد الإستدلال الي بتحكي عنه لازم يكون مأسسين فيه الطلبة الصغار لأنه بالتوجيهي مثلاً ما بيجي لطلبة يخمن ولا يفسر ولا يبرر ولا حتى يثبت قانون مش مطلوب منه،*

الي مطلوب منه بس يطبق على القوانين بدليل انه بنهايه كل وحدة في التوجيهي درس اسمه تطبيقات مش اثباتات، وكمان يا دوب نختم والطلبة همهم الوحيد العلامة " .

تلخيص النتائج المتعلقة بالسؤال الأول :

كشفت نتائج المقابلات عن أوجه الإستدلال الرياضي التي يركز عليها معلمو الرياضيات في المرحلة الثانوية، وتضمينه داخل الحصة المدرسية، حيث لوحظ أن المعلمين يركزون على بعض المعايير الرئيسية الخاصة بالمجال، و أنّ **أكثر المعايير الرئيسية استخداماً** لديهم " **إدراك الاستدلال الرياضي والبرهان كنواحٍ أساسية للرياضيات**" وذلك من خلال اعتمادهم عليها في شرحهم من حيث تقديم التفسيرات للطلبة، وإثارة التساؤلات لتشجيعهم على التفكير، وتحفيزهم على إيجاد طرق حل جديدة والتحقق منها، في حين تفاوت اهتمام المعلمين بباقي المعايير، و أعزو ذلك إلى مستوى الطلبة، ونوعيّة المادة المطروحة، حيث اعتبر اثنان من المعلمين معيار" صنع التخمينات وتقصيها " يمكن أن يستخدم في وحدة الإحتمالات، لكن بنظرهم لا يعتمد التخمين على أساس منطقي، وإنما على الحظ، لذلك لا يحبّذوا استخدامها في الحصة، في المقابل المُعلِمَيْن الآخرين أيّدا ملكة التخمين لدى الطلبة واعتبروها خاصة بالطلبة الأذكياء، كما و يهتم المعلمون بالخبرات السابقة لدى الطلبة ويكشفون عنها، ويعالجونها، ويبنون، عليها خبرات جديدة، ويشجع المعلمون طلبتهم على تقديم حجج رياضية وتبريرات، وتفسيرها، لكن يتم التعبير عنها بطريقة غير رسمية عبر المناقشات الصفية. ينظر المعلمون إلى البرهان بأنه يقدم للطلبة المستوى العالي من الذكاء، أما بقية الطلبة فيواجهون صعوبات في عملية البرهنة، لذلك **يرى بعض المعلمين أن البرهان غير مهم** لهم ويكتفون فقط بأمثلة الكتاب، في حين إذا كان مستوى الطلبة عالياً، ولديهم شغف بالبرهان، فإن المعلمين يثرون ذلك بتحفيز الطلبة من خلال أمثلة خارجية؛ ليروا مدى ارتباط الرياضيات ومنطقيتها .

النتائج المتعلقة بالسؤال الثاني

يبحث السؤال الثاني في مدى توفر معيار الإستدلال الرياضي والبرهان في محتوى كتب الرياضيات الفلسطينية للمرحلة الثانوية حسب معايير المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM)، حيث تم الإجابة عن هذا السؤال من خلال مرحلتين وهما : أولاً) نتائج تحليل معيار الإستدلال الرياضي والبرهان في محتوى كتاب الرياضيات للصف الأول ثانوي علمي بجزأيه الأول والثاني، ثانياً) نتائج تحليل معيار الإستدلال الرياضي والبرهان في محتوى كتاب الرياضيات للصف الثاتي ثانوي علمي بجزأيه الأول والثاني، وتم ذلك من خلال :

1) حساب تكرارات الفقرات والتي توفرت في كل وحدة دراسية في كتاب الرياضيات للصفين – الأول ثانوي والثاني ثانوي العلمي .
2) حساب تكرارات الفقرات التي توفرت في كتاب الرياضيات للصفين – الأول ثانوي والثاني ثانوي العلمي– والتي تتوافق مع مجال الإستدلال الرياضي والبرهان، والمؤشرات الفرعية المنبثقة منه و التي اقترحها NCTM .
3) حساب التكرارات، والنسب المئوية للمعايير الرئيسية التي تحوي المؤشرات .
4) حساب التكرارات، والنسب المئوية لمجال الإستدلال الرياضي والبرهان ككل .
5) حساب مجال الإستدلال الرياضي والبرهان لكل وحدة دراسة واردة في الفصلين (الأول والثاني) في كلا الكتابين – الأول ثانوي والثاني ثانوي الفرع العلمي – للوقوف على أكثر المعايير الرئيسية اثراءً في كل وحدة .

أولاً : نتائج تحليل معيار الإستدلال الرياضي والبرهان في كتاب الرياضيات للصف الأول ثانوي علمي بجزأيه الأول والثاني.

يبين الجدول (1-4) نتائج تحليل مجال الإستدلال الرياضي والبرهان في محتوى كتاب الصف الأول ثانوي علمي بجزأيه الأول والثاني .

الجدول (1-4)

نتائج تحليل مجال الإستدلال الرياضي والبرهان في محتوى كتاب الرياضيات للصف الأول ثانوي علمي بجزأيه الأول والثاني .

كتاب الصف الأول ثانوي علمي	تكرار الفقرات الواردة في كل جزء	تكرار الفقرات التي تحوي مجال الإستدلال الرياضي في كل جزء	نسبة الإستدلال في كل جزء على حدا	نسبة الإستدلال الرياضي في كتاب الصف الأول ثانوي علمي ككل .
الجزء الأول	335	256	%76.4	
الجزء الثاني	313	156	%49.8	
المجموع	648	412		**%63.6**

يلاحظ من الجدول (1-4) أن نسبة الإستدلال الرياضي والبرهان في كتاب الصف الأول ثانوي علمي بجزأيه الأول والثاني على الترتيب 76.4% ، 49.8% ، بينما بلغت نسبة الإستدلال الرياضي والبرهان في كتاب الصف الأول ثانوي علمي ككل 63.6% .

كما ويبين الجدول أدناه (2-4)، الترتيب التنازلي للمعايير الرئيسية التابعة لمجال الإستدلال الرياضي والبرهان الواردة في كتاب الرياضيات للصف الأول ثانوي الفرع العلمي بجزأيه مع النسب المئوية :

الجدول (2-4)

الترتيب التنازلي للنسب المئوية للمعايير الرئيسية التابعة لمجال الإستدلال الرياضي والبرهان الواردة في كتاب الرياضيات للصف الأول ثانوي الفرع العلمي بجزأيه.

كتاب الرياضيات الصف الأول ثانوي علمي ج1		كتاب الرياضيات الصف الأول ثانوي علمي ج2	
المعيار الرئيسي	النسبة المئوية	المعيار الرئيسي	النسبة المئوية
1.إدراك الإستدلال والبرهان كنواحٍ أساسية للرياضيات	%32.8	1.إدراك الاستدلال والبرهان كنواحٍ أساسية للرياضيات	%24
2.إنتقاء واستعمال أنواع متنوعة من الإستدلال وأساليب البرهان	%21.2	2. صنع التخمينات الرياضية وتقصيها	14.7 %
3.تطوير وتقييم حجج رياضية وبراهين	%15.2	3.إنتقاء واستعمال أنواع متنوعة من الاستدلال واساليب البرهان	%7.3
4.صنع التخمينات الرياضية وتقصيها	%7.2	4. تطوير وتقييم حجج رياضية وبراهين	%3.8

نلاحظ من الجداول أعلاه (2-4)، أن المعيار الرئيسي " إدراك الإستدلال الرياضي والبرهان كنواحٍ أساسية للرياضيات" فقد حظي بتركيز عالٍ مقارنة بالمعايير الرئيسية الأخرى، حيث تَصَدَّرَ المركز الأول في الظهور في الجزء الأول بنسبة مقدارها (32.8%)، وأيضا تَصَدَّرَ المركز الأول في الظهور في الجزء الثاني بنسبة مقدارها(24%)، كما أن معيار صنع التخمينات الرياضية وتقصيها تواجد في كتاب الرياضيات الجزء الأول بأقل نسبة مقارنة مع بالمعايير الرئيسية بمقدار (7.2 %) ، بينما كان معيار" تطوير وتقييم حجج رياضية وبراهين" النسبة الأقل من بين المعايير الرئيسية في الجزء الثاني من كتاب الرياضيات مقدارها(3.2%).

ولتفصيل النتائج بشكل أكبر، يبين الجدول (3-4) ، (4-4) ، (5-4) ، (6-4)، نتائج تحليل المعايير الرئيسية لمجال الإستدلال الرياضي والبرهان في كتاب الرياضيات للصف الأول ثانوي علمي بجزأيه الأول والثاني.

جدول (3-4)

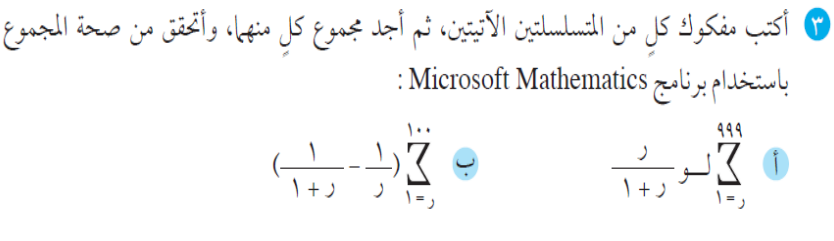
التكرارات والنسب المئوية للمعيار الرئيسي " إدراك الإستدلال والبرهان كنواحٍ أساسية في الرياضيات" والمؤشرات الخاصة به في مجال الإستدلال الرياضي والبرهان في كتاب الرياضيات للصف الأول ثانوي علمي بجزأيه الأول والثاني

المجال : معيار الإستدلال الرياضي والبرهان

رقم المعيار	المعيار الرئيسي في المجال	رقم المؤشر	المعايير الفرعية (المؤشرات)	الفصل الأول		الفصل الثاني	
				التكرار	النسبة	التكرار	النسبة
1	إدراك الاستدلال والبرهان كنواحٍ أساسية للرياضيات.	1-1	يحتوي الكتاب على مواقف تحتاج إلى مبررات أو أسباب أو تفسير (ماذا تلاحظ ؟ ، ماذا تستنتج ؟ ، ما رأيك ؟).	48	%14.3	17	%5.4
		2-1	يطرح الكتاب تساؤلات مثل (لماذا ، ماذا ، هل ، كيف)	37	%11	36	%11.5
		3-1	يطلب الكتاب التفكير بطرق حل أخرى	7	%2	13	%4.2
		4-1	يطلب الكتاب التحقق من حل مسألة والتأكد من معقولية الجواب	18	%5.4	9	%2.9
اجمالي التكرارات والنسب المئوية للمعيار الرئيسي بالنسبة لمجال الإستدلال الرياضي				110	%32.8	75	%24

تبين نتائج الجدول (3-4) أنّ المعيار الرئيسي " إدراك الإستدلال والبرهان كنواح أساسية في الرياضيات" ظهر بنسبة مقدارها (32.8%) من كتاب الرياضيات للصف الأول ثانوي علمي الجزء الأول، وهي نسبة أعلى من نظيرتها في كتاب الرياضيات الجزء الثاني للصف الأول ثانوي علمي حيث كان مقدراها (24%).

كما وتظهر نتائج الجدول، أن المؤشرات الفرعية للمعيار الرئيسي "إدراك الإستدلال والبرهان كنواح أساسية في الرياضيات" الخاصة بمجال الإستدلال الرياضي والبرهان ظهرت جميعها في كلا الجزأين الأول والثاني، حيث يطرح الكتاب في كثير من المسائل والأنشطة العديد من التساؤلات (لماذا ، كيف ؟)، كما ويطلب من الطلبة التحقق من الإجابة إما بقوانين، أو باستخدام برامج رياضيات (كالجيوجيبرا و مايكروسفت ماثمتكس)، والبحث عن طرق بديلة كنوع آخر من الحل، حيث ظهرت بالكتاب على شكل تمثيلات رمزية متبوعة في بعض الأحيان بتمثيلات أيقونية لتوضيح الفكرة ، والشكل (1-4) يوضح بأمثلة مأخوذة من كتاب الرياضيات لصف الأول ثانوي :



(التحقق من الحل باستخدام طرق أخرى (برامج تكنولوجية)

(يطرح الكتاب مواقف بحاجة إلى تفسير وتبرير ومرفقة بصور توضيحية للسؤال)

مثال ٤ : إذا كان $\overleftarrow{م} = -٣\overleftarrow{و}_{٢} + ٤\overleftarrow{و}_{١}$ أجد متجه وحدة باتجاه $\overleftarrow{م}$

الحل : $|\overleftarrow{م}| = ٥$ وحدات (لماذا؟)

متجه الوحدة باتجاه $\overleftarrow{م} = \hat{م} = \frac{\overleftarrow{م}}{|\overleftarrow{م}|} = (\frac{٤}{٥}، \frac{-٣}{٥})$ (تحقق أن طوله = ١ وحدة)

(يحث الكتب الطلبة لتحقق من الحل ، وطرح تساؤلات لماذا)

نشاط ٤ : أجد قيمة $\lim_{س \to ١} \frac{\sqrt{٢س + ٢} - ٢}{س - ١}$

مرافق $\sqrt{٢س + ٢} - ٢$ هو .....

$\lim_{س \to ١} \frac{\sqrt{٢س + ٢} - ٢}{س - ١} \times$ ..... = ...

إذن $\lim_{س \to ١} \frac{\sqrt{٢س + ٢} - ٢}{س - ١}$ = ... (هل هناك طرق أخرى للحل؟)

(يحث الكتاب الطلبة بالتفكير بطرق حل أخرى)

الشكل (1-4) : أمثلة من كتاب الرياضيات للصف الأول ثانوي علمي بجزأيه الأول والثاني على مؤشرات المعيار " إدراك الإستدلال والبرهان كنواحٍ أساسية للرياضيات.

الجدول (4-4)

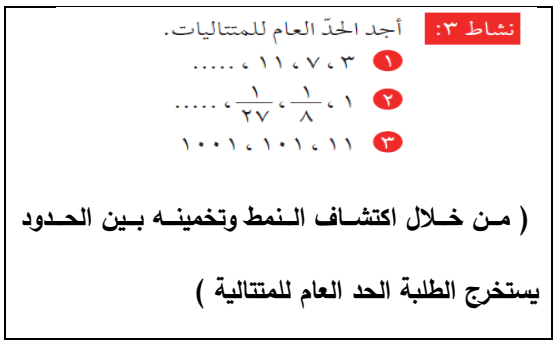
التكرارات والنسب المئوية للمعيار الرئيسي " صنع التخمينات رياضية وتقصيها "والمؤشرات الخاصة به في مجال الإستدلال الرياضي والبرهان في كتاب الرياضيات للصف الأول ثانوي علمي بجزأيه الأول والثاني

المجال : معيار الإستدلال الرياضي والبرهان

رقم المعيار	المعيار الرئيسي للمجال	رقم المؤشر	المعايير الفرعية (المؤشرات)	الفصل الأول		الفصل الثاني	
				التكرار	النسبة	التكرار	النسبة
2	صنع التخمينات رياضية وتقصيها .	1-2	يراعي الكتاب تعلم صنع تخمينات واختبارها (خمّن) (ماذا تعتقد)	0	%0	0	%0
		2-2	يطرح الكتاب أسئلة مثل :	0	%0	0	%0
			- ماذا ستظن يحدث تالياً				
			- هل هذا صحيح دائماً ؟ أحياناً ؟				
			إفرض كذا ، فما هو التغيير إذا وجد ولماذا ؟				
		3-2	يشتمل الكتاب على مواقف تتطلب ملاحظة أنماط و استنتاج قاعدة بطريقة منطقية .	2	%0.6	21	%6.7
		4-2	يراعي الكتاب التعبير عن التخمينات ووصف التفكير	22	%6.6	25	%8
		5-2	يراعي الكتاب التحقق من التخمينات بإستخدام أمثلة ومواد محسوسة وحاسبات ومواد أخرى	0	%0	0	%0
		6-2	يراعي الكتاب التحقق من التخمينات بإستخدام تمثيلات و رموز رياضية أو رسوم بيانية	0	%0	0	%0
		7-2	يراعي الكتاب العمل بمجموعات لصياغة واستكشاف التخمينات	0	%0	0	%0
		8-2	يراعي الكتاب العودة إلى تخمينات تصح في سياق معين وفحص مدى صحتها في إطار جديد	0	%0	0	%0
		9-2	يراعي الكتاب إيجاد مبرر للتخمين أو مثال لدحضه	0	%0	0	%0
اجمالي التكرارات والنسب المئوية للمعيار الرئيسي بالنسبة لمجال الإستدلال الرياضي				24	%7.2	46	%14.7

تبين نتائج الجدول (4–4) أن المعيار الرئيسي " صنع تخمينات رياضية وتقصيها " ظهر بنسبة (14.7%) في كتاب الرياضيات للجزء الثاني وهي نسبة أعلى من نظيرتها في الجزء الأول حيث ظهرت بمقدار (7.2%) .

كما وأن المؤشرات الفرعية للمعيار الرئيسي التابع لمجال الإستدلال الرياضي والبرهان ظهر منها مؤشران فقط في الجزأين الأول والثاني وهما : "يشتمل الكتاب على مواقف تتطلب ملاحظة أنماط و استنتاج قاعدة بطريقة منطقية "، و "يراعي الكتاب التعبير عن التخمينات ووصف التفكير"، حيث ظهرت على شكل تمثيلات رمزية والشكل (2–4) يوضح بمثال من الكتاب :



الشكل (2–4) : مثال من كتاب الرياضيات الصف الأول ثانوي علمي على معيار "صنع التخمينات الرياضية وتقصيها"

تبين نتائج التحليل في الجدول (4–4)، مدى إهمال كتاب الرياضيات في كلا الجزأين للصف الأول ثانوي علمي بالتحقق من التخمينات باستخدام طرق عدة كمواد محسوسة او آلة حاسبة، رموز أو تمثيلات، كما يبين عدم اهتمامها بصياغة مجموعات للإكتشاف والتخمين، وكذلك لا تراعي العودة إلى تخمينات وفحص مدى صلاحيتها في سياق آخر، ولم يرد في كتاب الرياضيات لكلا الجزأين أي فقرة تشجع الطلبة على إيجاد مبرر للتخمين أو مثال لدحضه .

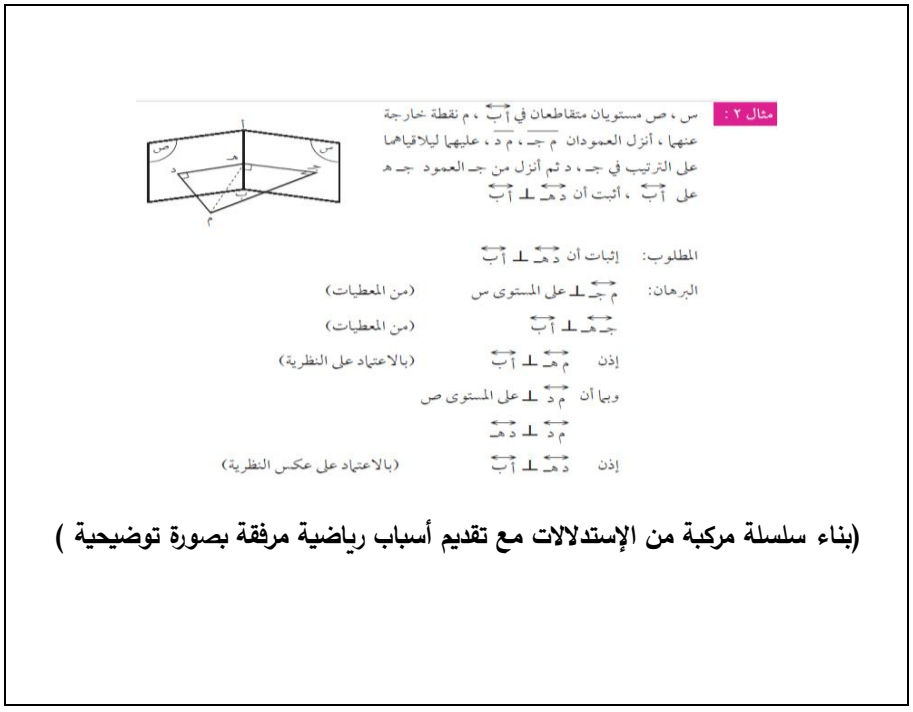
الجدول (5-4)

التكرارات والنسب المئوية للمعيار الرئيسي " تطوير وتقييم حجج رياضية وبراهين "والمؤشرات الخاصة به في مجال الإستدلال الرياضي والبرهان في كتاب الرياضيات للصف الأول ثانوي علمي بجزأيه الأول والثاني

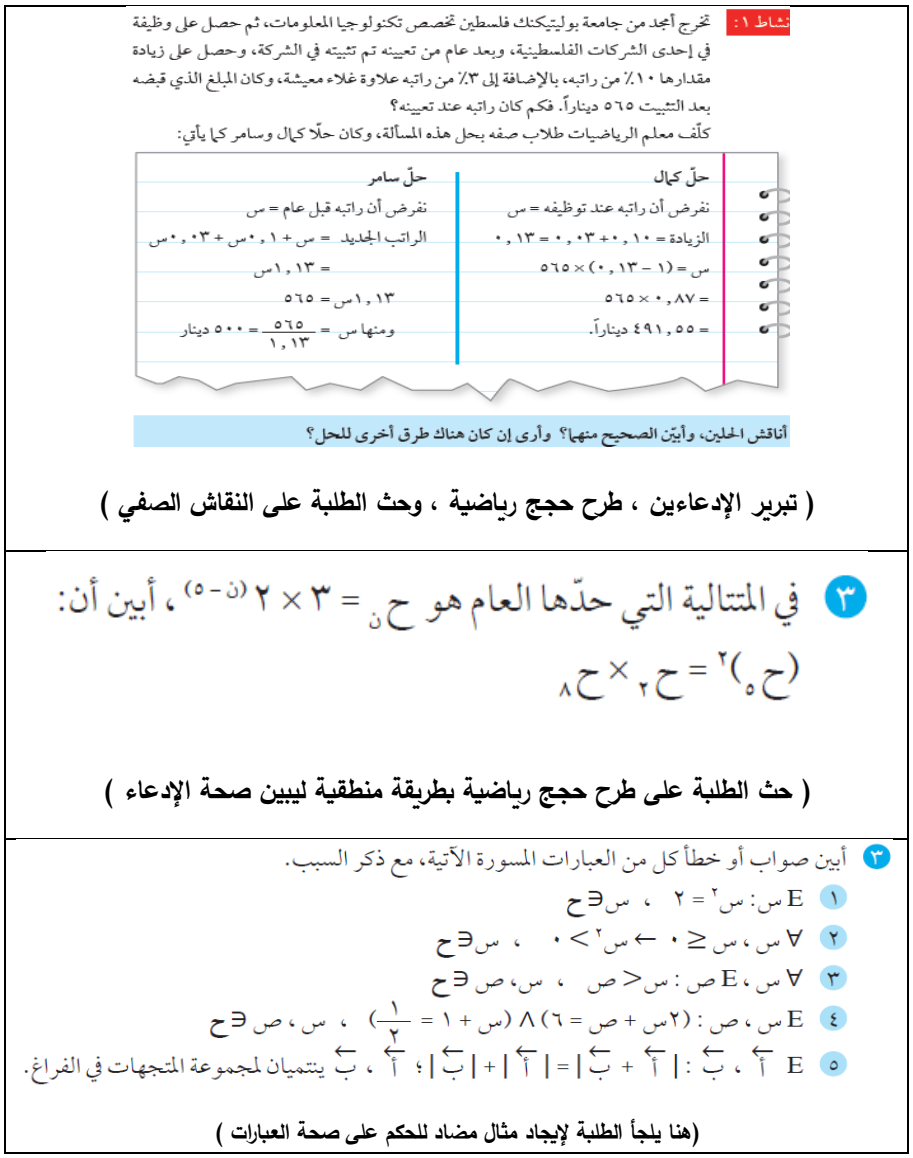
المجال : معيار الإستدلال الرياضي والبرهان						
رقم المعيار	المعيار الرئيسي للمجال	رقم المؤشر	المعايير الفرعية (المؤشرات)	الفصل الأول		الفصل الثاني	
				التكرار	النسبة	التكرار	النسبة
3	تطوير وتقييم حجج رياضية وبراهين .	3-1	يراعي الكتاب تبرير ادعاءات عامة بإستخدام حالات محددة	0	%0	0	%0
		3-2	يراعي الكتاب بناء سلسلة مركبة نسبياً من الإستدلال مع تقديم أسباب رياضية	19	%5.7	0	%0
		3-3	يطرح الكتاب أسئلة مثل : - هل ينجح هذا دائما ؟ - هل ينجح هذا أحياناً ؟ - لا ينجح أبداً ، لماذا ؟	0	%0	0	%0
		3-4	يحتوي الكتاب على امثلة واسئلة تدعم النقاش الصفي للطلبة	18	%5.4	7	%2.2
		3-5	يراعي الكتاب إيجاد أمثلة مضادة	7	%2	0	%0
		3-6	يراعي الكتاب طرح حجج رياضية (بَيّن)	7	%2.1	5	%1.6
اجمالي التكرارات والنسب المئوية للمعيار الرئيسي بالنسبة لمجال الإستدلال الرياضي				51	%15.2	12	%3.8

تبين نتائج الجدول (5-4) أن المعيار الرئيسي " تطوير وتقييم حجج رياضية وبراهين " ظهر في الجزء الأول من كتاب الرياضيات للصف الأول ثانوي علمي بنسبة مقدارها (15.2%) وهي نسبة أعلى من نظيرتها بالجزء الثاني حيث ظهرت بنسبة مقدارها (3.8%) .

كما وظهر من النتائج التحليل المتواجده في الجدول أعلاه (5-4) أن المؤشرات الفرعية التابعة للمعيار الرئيسي الخاص بمجال الإستدلال الرياضي والبرهان ظهر منها في كلا الفصلين المؤشران :يحتوي الكتاب على أمثلة وأسئلة تدعم النقاش الصفي للطلبة "، "يراعي الكتاب طرح حجج رياضية "، بينما ظهر المؤشر "يراعي الكتاب بناء سلسلة مركبة نسبياً من الإستدلال مع تقديم أسباب رياضية" و" إيجاد أمثلة مضادة" فقط في الجزء الأول، حيث ظهرت المؤشرات على شكل تمثيلات رمزية مصحوبة في بعض الأمثلة بتمثيلات أيقونية لتوضيح الفكرة، الشكل (3-4) يوضح بأمثلة من الكتاب :



(بناء سلسلة مركبة من الإستدلالات مع تقديم أسباب رياضية مرفقة بصورة توضيحية)



نشاط ١ : تخرج أمجد من جامعة بوليتيكنك فلسطين تخصص تكنولوجيا المعلومات، ثم حصل على وظيفة في إحدى الشركات الفلسطينية، وبعد عام من تعيينه تم تثبيته في الشركة، وحصل على زيادة مقدارها ١٠٪ من راتبه، بالإضافة إلى ٣٪ من راتبه علاوة غلاء معيشة، وكان المبلغ الذي قبضه بعد التثبيت ٥٦٥ ديناراً. فكم كان راتبه عند تعيينه؟

كلّف معلم الرياضيات طلاب صفه بحل هذه المسألة، وكان حلّا كمال وسامر كما يأتي:

حلّ كمال

نفرض أن راتبه عند توظيفه = س

الزيادة = ٠,١٠ + ٠,٠٣ = ٠,١٣

س = (١ − ٠,١٣) × ٥٦٥

= ٠,٨٧ × ٥٦٥

= ٤٩١,٥٥ ديناراً.

حلّ سامر

نفرض أن راتبه قبل عام = س

الراتب الجديد = س + ٠,١ س + ٠,٠٣ س

= ١,١٣ س

١,١٣ س = ٥٦٥

ومنها س = $\frac{٥٦٥}{١,١٣}$ = ٥٠٠ دينار

أناقش الحلين، وأبيّن الصحيح منهما؟ وأرى إن كان هناك طرق أخرى للحل؟

(تبرير الإدعاءين ، طرح حجج رياضية ، وحث الطلبة على النقاش الصفي)

٣ في المتتالية التي حدّها العام هو $ح_ن = ٣ \times ٢^{(ن-٥)}$ ، أبين أن:

$(ح_٥)^٢ = ح_٢ \times ح_٨$

(حث الطلبة على طرح حجج رياضية بطريقة منطقية ليبين صحة الإدعاء)

٣ أبين صواب أو خطأ كل من العبارات المسورة الآتية، مع ذكر السبب.

١ E س: $س^٢ = ٢$ ، س ∈ ح

٢ $\forall$ س، $س \geq ٠ \leftarrow س^٢ > ٠$ ، س ∈ ح

٣ $\forall$ س، E ص: س > ص ، س، ص ∈ ح

٤ E س، ص: (٢س + ص = ٦) ∧ (س + ١ = $\frac{١}{٢}$) ، س، ص ∈ ح

٥ E $\overleftarrow{أ}$، $\overleftarrow{ب}$: $|\overleftarrow{أ} + \overleftarrow{ب}| = |\overleftarrow{أ}| + |\overleftarrow{ب}|$؛ $\overleftarrow{أ}$، $\overleftarrow{ب}$ ينتميان لمجموعة المتجهات في الفراغ.

(هنا يلجأ الطلبة لإيجاد مثال مضاد للحكم على صحة العبارات)

الشكل (3-4) أمثلة من كتاب الرياضيات للصف الأول ثانوي علمي بجزأيه على مؤشرات "تطوير وتقييم حجج رياضية وبراهين".

ومن جانب آخر أظهرت نتائج التحليل مدى إهمال كتاب الرياضيات في كلا الجزأين للصف الأول ثانوي علمي ببقية المؤشرات، كأن يراعي الكتاب تبرير ادعاءات عامة باستخدام حالات محددة، وطرح أسئلة هل ينجح ذلك دائماً ؟ ، أحياناً ؟، أبداً ؟

الجدول (6-4)

التكرارات والنسب المئوية للمعيار الرئيسي في المجال إنتقاء واستعمال أنواع متنوعة من الإستدلال وأساليب البرهان والمؤشرات الخاصة به في مجال الإستدلال الرياضي والبرهان في كتاب الرياضيات للصف الأول ثانوي علمي بجزأيه الأول والثاني

المجال : معيار الإستدلال الرياضي والبرهان

رقم المعيار	المعيار الرئيسي للمجال	رقم المؤشر	المعايير الفرعية (المؤشرات)	الفصل الأول		الفصل الثاني	
				التكرار	النسبة	التكرار	النسبة
4	إنتقاء واستعمال أنواع متنوعة من الاستدلال وأساليب البرهان .	4-1	يراعي الكتاب تطوير أنماط مختلفة من طرق البرهان (مباشر ، غير مباشر ، تناقض ، استقراء رياضي ..) (ابرهن ، اثبت)	42	%12.5	6	%2
		4-2	يحتوي الكتاب على أسئلة تشجع الطلبة على التفكير انطلاقاً مما لديهم من معلومات (الاستفادة من الخبرات السابقة) .. (بناء على ما تعلمت سابقا)	29	%8.7	17	%5.4
اجمالي التكرارات والنسب المئوية للمعيار الرئيسي بالنسبة لمجال الإستدلال الرياضي				71	%21.2	23	%7.3
اجمالي التكرارات مجال الإستدلال الرياضي والبرهان والنسبة المئوية لمجال الإستدلال الرياضي والبرهان بالنسبة لمعايير العلميات الأخرى التابعة لمعايير ال (NCTM)				256	%76.4	156	%49.8

تبين نتائج الجدول (6-4) أن المعيار الرئيسي: " انتقاء واستعمال أنواع متنوعة من الإستدلال، وأساليب البرهان " ظهر بنسبة (21.2%) في الجزء الأول من كتاب الرياضيات للصف الأول ثانوي علمي وهي نسبة أعلى بكثير من نظيرتها في الجزء الثاني حيث تواجدت بمقدار (7.3%) .

تبين نتائج الجدول أن المؤشرات الفرعية التابعة للمعيار الرئيسي الخاص بمجال الإستدلال الرياضي والبرهان ظهرت جميعها، حيث ظهرت بتمثيلات رمزية مصحوبة بأغلب الفقرات بتمثيلات أيقونية لتوضيح الفكرة والشكل (4-4) يوضح بأمثلة من الكتاب :

أتعلم: مجموع أول ن حدٍ من حدود المتسلسلة الحسابية التي حدّها الأول (أ) وحدّها الأخير (ل)
هو جـ$_{ن}$ = $\frac{ن}{٢}$ (أ + ل)

ويمكن استنتاج صورة أخرى للمجموع، وذلك بوضع ل = أ + (ن – ١) د

جـ$_{ن}$ = $\frac{ن}{٢}$ [٢أ + (ن – ١) د]

أفكر وأناقش: كيف يمكن اثبات الصيغتين السابقتين؟

(استخدام أنواع متنوعة من الإستدلال وطرق البرهان)

١ أثبت أن: إذا كان ك عدداً فردياً فإن ك^{٢} عدد فردي.

٢ إذا كانت ك ، ل ، م ، ثلاثة أعداد صحيحة موجبة ، وكان باقي قسمة ك على م = باقي قسمة ل على م، أثبت أن ك – ل يقبل القسمة على م.

٣ أستخدم أحد طرق البرهان لإثبات أن: إذا كان أ ، ب عددين حقيقيين،
فإن $\sqrt{٧}$ $\sqrt{أ^{٢} + ب^{٢}}$ ≥ | أ | + |ب|

٤ أستخدم البرهان غير المباشر لإثبات أن: إذا كان ك^{٢} يقبل القسمة على ٣ فإن ك يقبل القسمة على ٣.

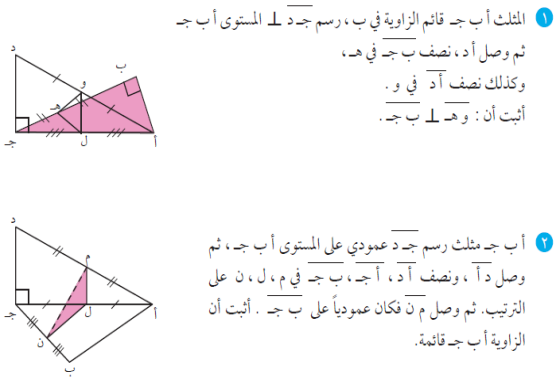
٥ قطع وليد مسافة تزيد عن ٣٦٠ كم في رحلة، وتوقف أثناء سفره مرتين فقط، أستخدم البرهان بالتناقض لإثبات أن ولیداً قطع أكثر من ١٢٠ كم في إحدى مراحل رحلته الثلاث على الأقل.

٦ أثبت أن: ٨^{ن} – ١ يقبل القسمة على ٧ ، باستخدام الاستقراء الرياضي.

٧ أثبت أن : (٢)^{١} + (٢)^{٢} + (٢)^{٣} + ... + (٢)^{ن} = (٢)$^{ن+١}$ – ٢ ، باستخدام الاستقراء الرياضي.

٨ أثبت أن : $\frac{أ + ١}{أ + ٢}$ > $\frac{أ + ٢}{أ + ٣}$ ، حيث أ > صفر.

(استخدام أنواع متنوعة من الإستدلال وطرق البرهان)



❶ المثلث أ ب جـ قائم الزاوية في ب ، رسم $\overline{جـ د} \perp$ المستوى أ ب جـ
ثم وصل أ د ، نصف $\overline{ب جـ}$ في هـ ،
وكذلك نصف $\overline{أ د}$ في و .
أثبت أن : $\overline{وهـ} \perp \overline{ب جـ}$.

❷ أ ب جـ مثلث رسم $\overline{جـ د}$ عمودي على المستوى أ ب جـ ، ثم وصل $\overline{د آ}$ ، ونصف $\overline{آ د}$ ، $\overline{آ جـ}$ ، $\overline{ب جـ}$ في م ، ل ، ن على الترتيب. ثم وصل $\overline{م ن}$ فكان عمودياً على $\overline{ب جـ}$. أثبت أن الزاوية أ ب جـ قائمة.

(استخدام أنواع متنوعة من الإستدلال وطرق البرهان مرفقة بصور توضيحية)

الشكل (4-4) : أمثلة من كتاب أول ثانوي علمي على مؤشرات المعيار انتقاء واستعمال أنواع متنوعة من الإستدلال وأساليب البرهان

كما ويشير الجدول أعلاه، أن مجال الإستدلال الرياضي والبرهان ورد في الجزء الأول من كتاب الرياضيات بنسبة (76.4%) وهي أعلى من نظيرتها في الجزء الثاني حيث ظهر مجال الإستدلال الرياضي والبرهان بنسبة مقدارها (49.8%) .

أما فيما يتعلق بتحليل محتوى وحدات كتاب الرياضيات للصف الأول ثانوي علمي، فيُبَيّنه الجدول أدناه (7-4)، النسب المئوية للمعايير الرئيسية الخاصة بمعيار الإستدلال الرياضي والبرهان الواردة في كلا الجزأين الأول والثاني .

الجدول (7-4)

النسب المئوية للمعايير الرئيسية الخاصة بمعيار الإستدلال الرياضي والبرهان في جميع الوحدات الدراسية الواردة في كتاب الرياضيات للصف الأول ثانوي علمي بجزأيه الأول والثاني .

الأول ثانوي علمي	الفصل الأول			الفصل الثاني			
الوحدة الدراسية ←	المتجهات والهندسة الفراغية	المنطق الرياضي	المعادلات والمتباينات	الاحتمالات	المتتاليات والمتسلسلات	القطوع المخروطية	النهايات والاتصال
إدراك الاستدلال والبرهان كنواحٍ أساسية للرياضيات	%7.2	%7.5	%18.2	%5.8	%5.1	%3.8	%8.6
صنع التخمينات الرياضية وتقصيها	%4.2	%2.1	%1	%4.5	%6.7	%1	%2.6
تطوير وتقييم حجج رياضية وبراهين	%6	%8	%1.2	%0.3	%1	%0	%2.6
انتقاء واستعمال أنواع متنوعة من البراهين	%4.5	%16.1	%0.6	%1	%1	%1.3	%4.2
معيار الإستدلال الرياضي والبرهان	%21.9	%33.7	%20.9	%11.5	%13.8	%6.1	%18

يشير الجدول (7-4) ، أنّ نسبة مجال الإستدلال الرياضي والبرهان في الجزء الأول من كتاب الرياضيات للصف الأول ثانوي علمي وجدت بمقدار(76.5%)، وهذه النسبة موزعة على الوِحدات الثلاث الخاصة

بكتـاب الرياضـيات الجـزء الأول وهـي (المتجهـات والهندسـة الفراغيـة، المنطـق الرياضـي، المعـادلات والمتباينات) .

كما تشير نتائج الجدول أعلاه، أن نسبة مجال الإستدلال الرياضي والبرهان تواجدت بأعلى نسبة في وحدة المنطق الرياضي، حيث بلغت نسبتها (33.7%)، و توزعت هذه النسبة على المعايير الرئيسية الخاصة بمجال الإستدلال الرياضي والبرهان كالآتي :

ظهر المعيار " إنتقاء واستعمال أنواع متنوعة من الإستدلال وأساليب البرهان" بأعلى نسبة في وحدة المنطق الرياضي الذي بلغ(16.1 %)، ثم تلاها معيار تطوير وتقييم حجج رياضية وبراهين وظهر بنسبة (8%)، أما معيار صنع التخمينات رياضية وتقصيها كان أقلها ظهوراً حيث تواجد بنسبة مقدارها(2.1%) .

في حين أن الوحدتين " المتجهات والهندسة الفرغية، والمعادلات والمتباينات " ظهرتا بنسب متقاربة .

حيث بلغت نسبة الإستدلال الرياضي والبرهان في وحدة المتجهات والهندسة الفراغية(21.9%)، موزعة على المعايير الرئيسية لمجال الإستدلال الرياضي والبرهان، في حين ظهرت نسب المعايير الرئيسية بشكل متقارب. تواجد أعلاها في معيار إدراك الإستدلال والبرهان كنواحٍ أساسية للرياضيات بنسبة (7.2%)، يليها معيار تطوير وتقييم حجج رياضية وبراهين بنسبة(6%)، أما أقل المعايير ظهوراً في وحدة المتجهات والهندسة الفراغية كانت لمعيار "صنع التخمينات رياضية وتقصيها" حيث بلغت نسبتها (4.2%).

كما وتشير نتائج التحليل في الجدول أعلاه، بأنّ نسبة مجال الإستدلال الرياضي والبرهان في وحدة المعادلات والمتباينات(20.9%)موزعة على المعايير الرئيسية كما يلي :

أكثر المعايير الرئيسية ظهوراً معيار " إدراك الإستدلال والبرهان كنواحٍ أساسية للرياضيات" بنسبة مقدارها (18.2%)، في حين أن معيار "تطوير وتقييم حجج رياضية وبراهين "، تواجد بنسبة(1.2%) أما أقل المعايير الرئيسية ظهوراً في وحدة المعادلات والمتباينات معيار " انتقاء واستعمال أنواع متنوعة من الاستدلال وأساليب البرهان "، حيث ظهر بنسبة(0.6 %)، كما ونلاحظ وجود تفاوت وفرق كبير بين نسبة معيار "إدراك الإستدلال والبرهان كنواح أساسية للرياضيات"، ونسب المعايير الرئيسية الأخرى التابعة لمجال الإستدلال الرياضي والبرهان في الوحدة.

فيما يخص مجال الإستدلال الرياضي والبرهان في كتاب الرياضيات الجزء الثاني للصف الأول ثانوي علمي ظهر بنسبة (49.8%) موزعةً على الوحدات الدراسية الأربعة للجزء الثاني من الكتاب وهم: (الإحتمالات، المتتاليات والمتسلسلات، القطوع المخروطية، النهايات والإتصال) .

و تشير نتائج الجدول أن نسبة مجال الإستدلال الرياضي والبرهان تركزت في وحدة النهايات والإتصال في الجزء الثاني من كتاب الرياضيات للصف الأول ثانوي علمي، حيث بلغت نسبة الإستدلال الرياضي والبرهان فيها إلى(18%)، و توزعت هذه النسبة على المعايير الرئيسية الأربعة التابعة لمجال الإستدلال الرياضي والبرهان كالآتي :

ظهرت النسبة المئوية للمعايير الأربعة الرئيسية بشكل متقارب، فكانت أعلاها معيار إدراك الإستدلال والبرهان كنواح أساسية للرياضيات حيث بلغت نسبتها(8.6 %)، في حين تلاها في الظهور معيار إنتقاء واستعمال أنواع متنوعة من الإستدلال وأساليب البرهان فتواجدت بنسبة مقدارها (4.2%) وكانت أقل المعايير ظهوراً في وحدة النهايات والإتصال معيار صنع التخمينات رياضية وتقصيها بنسبة مقدارها (2.6%).

كما وتشير نتائج الجدول الوارد أعلاه، أن وحدة المتتاليات والمتسلسلات احتوت على الإستدلال الرياضي والبرهان بنسبة مقدراها(13.8%)، وتوزعت هذه النسبة على المعايير الرئيسية الأربعة التابعة لمجال الإستدلال الرياضي والبرهان كما يلي :

ظهر معيار صنع التخمينات الرياضية وتقصيها بنسبة مرتفعة عن بقية المعايير، حيث بلغت(6.7%)، يليها معيار إدراك الإستدلال والبرهان كنواح أساسية للرياضيات، الذي ظهر بنسبة(5.8%)، في حين أن المعياريين إنتقاء واستعمال أنواع متنوعة من الإستدلال وأساليب البرهان، تطوير وتقييم حجج رياضية وبراهين ظَهَرَا بأقل نسبة بلغت (1%) .

وأظهرت نتائج الجدول، أن وحدة الإحتمالات تواجد بها الإستدلال الرياضي والبرهان بنسبة (11.5%) وهذه النسبة موزعة على المعايير الرئيسية الأربعة التابعة بمجال الإستدلال الرياضي والبرهان، حيث تواجد معيار إدراك الإستدلال والبرهان كنواحٍ أساسية للرياضيات بنسبة مرتفعة عن بقية المعايير مقدارها(5.8%)، تبعها معيار صنع التخمينات الرياضية وتقصيها بنسبة(4.5%)، في حين كان أقل المعايير احتواء لمجال الإستدلال الرياضي والبرهان تطوير وتقييم حجج رياضية وبراهين، حيث بلغت نسبته(0.3%).

في حين أظهرت نتائج الجدول أعلاه ، أن وحدة القطوع المخروطية الواردة في الجزء الثاني من كتاب الرياضيات للصف الأول ثانوي علمي تحوي أقل نسبة في مجال الإستدلال الرياضي والبرهان، حيث بلغت (6%) وتوزعت عل المعايير الرئيسية لمجال الإستدلال الرياضي والبرهان كما يلي : كان أكثر المعايير الرئيسية ظهوراً معيار إدراك الإستدلال والبرهان كنواحٍ أساسية للرياضيات بنسبة(3.8%) تبعتها في الظهور إنتقاء واستعمال أنواع متنوعة من الإستدلال وأساليب البرهان بنسبة(1.3%) في حين أن المعيار تطوير وتقييم حجج رياضية وبراهين لم يتواجد في وحدة القطوع المخروطية لتبلغ نسبته (0%) .

ثانياً : نتائج تحليل معيار الإستدلال الرياضي والبرهان في كتاب الرياضيات للصف الثاني ثانوي علمي بجزأيه الأول والثاني.

يبين الجدول (8-4) نتائج تحليل مجال الإستدلال الرياضي والبرهان في محتوى كتاب الصف الثاني ثانوي علمي بجزأيه الأول والثاني .

الجدول (8-4)

نتائج تحليل مجال الإستدلال الرياضي والبرهان في محتوى كتاب الرياضيات للصف الثاني ثانوي علمي بجزأيه الأول والثاني .

كتاب الصف الثاني ثانوي علمي	مجموع الفقرات الواردة في كل جزء	تكرار الفقرات التي تحوي مجال الإستدلال الرياضي في كل جزء	نسبة الإستدلال في كل جزء على حدا	نسبة الإستدلال الرياضي في كتاب الصف الثاني ثانوي علمي ككل .
الفصل الأول	364	202	%55.5	
الفصل الثاني	278	136	%48.9	
المجموع	642	338		**%52.6**

يلاحظ من الجدول (8-4) أن نسبة الإستدلال الرياضي والبرهان في كتاب الصف الثاني ثانوي علمي بجزأيه الأول والثاني على الترتيب 55.5% ، 48.9% ، بينما بلغت نسبة الإستدلال الرياضي والبرهان في كتاب الصف الثاني ثانوي علمي ككل 52.6% .

كما و يبين الجدول أدناه (9-4)، الترتيب التنازلي للمعايير الرئيسية التابعة لمجال الإستدلال الرياضي والبرهان الواردة في كتاب الرياضيات للصف الثاني ثانوي الفرع العلمي بجزأيه مع النسب المئوية :

الجدول (9-4)

الترتيب التنازلي للنسب المئوية للمعايير الرئيسية التابعة لمجال الإستدلال الرياضي والبرهان الواردة في كتاب الرياضيات للصف الثاني ثانوي الفرع العلمي بجزأيه.

كتاب الرياضيات الصف الثاني ثانوي علمي ج1		كتاب الرياضيات الصف الثاني ثانوي علمي ج2	
المعيار الرئيسي	النسبة المئوية	المعيار الرئيسي	النسبة المئوية
1.إدراك الإستدلال والبرهان كنواحٍ أساسية للرياضيات	33.5%	1.إدراك الاستدلال والبرهان كنواحٍ أساسية للرياضيات	27.7%
2.إنتقاء واستعمال أنواع متنوعة من الإستدلال واساليب البرهان	10%	2. تطوير وتقييم حجج رياضية وبراهين	10%
3.تطوير وتقييم حجج رياضية وبراهين	6.32%	3. صنع التخمينات الرياضية وتقصيها	5.8%
4.صنع التخمينات الرياضية وتقصيها	5.8%	4. إنتقاء واستعمال أنواع متنوعة من الإستدلال وأساليب البرهان	5.4%

يلاحظ من الجدول (9-4)، أن المعيار الرئيسي إدراك الإستدلال والبرهان كنواحٍ أساسية للرياضيات، قد نال تركيز عالٍ مقارنة بالمعايير الرئيسية الأخرى، حيث تَصَدّر المركز الأول في الظهور في الجزء الأول من كتاب الرياضيات للصف الثاني ثانوي علمي بنسبة مقدارها (33.5%)، وأيضاً تصدر المركز الأول في الظهور في الجزء الثاني بنسبة 27.7%، كما أن معيار صنع التخمينات رياضية وتقصيها تواجد في كتاب الرياضيات الجزء الأول للصف الثاني ثانوي علمي بأقل نسبة مقارنة مع المعايير الرئيسية الأخرى، حيث بلغت(5.8%)، بينما كان معيار إنتقاء واستعمال أنواع متنوعة من الإستدلال وأساليب البرهان النسبة الأقل مقارنة مع المعايير الرئيسية الأخرى حيث بلغت (5.4%) .

ولتفصيل النتائج بشكل أكبر، يبين الجدول (4-10) ، (4-11) ، (4-12) ، (4-13)، نتائج تحليل المعايير الرئيسية لمجال الإستدلال الرياضي والبرهان في كتاب الرياضيات للصف الثاني ثانوي علمي بجزأيه الأول والثاني.

الجدول (4-10)

التكرارات والنسب المئوية للمعيار الرئيسي " إدراك الإستدلال والبرهان كنواحٍ أساسية في الرياضيات" والمؤشرات الخاصة به في مجال الإستدلال الرياضي والبرهان في كتاب الرياضيات للصف الثاني ثانوي علمي بجزأيه الأول والثاني

المجال : معيار الإستدلال الرياضي والبرهان						
رقم المعيار	المعيار الرئيسي في المجال	رقم المؤشر	المعايير الفرعية (المؤشرات)	الفصل الأول		الفصل الثاني
				التكرار	النسبة	التكرار	النسبة
1	إدراك الإستدلال والبرهان كنواحٍ أساسية للرياضيات.	1-1	يحتوي الكتاب على مواقف تحتاج إلى مبررات أو أسباب أو تفسير (ماذا تلاحظ ؟ ، ماذا تستنتج ؟ ، ما رأيك ؟).	41	%11.3	36	%12.9
		2-1	يطرح الكتاب تساؤلات مثل (لماذا ، ماذا ، هل ، كيف)	69	%19	35	%12.6
		3-1	يطلب الكتاب التفكير بطرق حل أخرى	2	%0.55	2	%0.7
		4-1	يطلب الكتاب التحقق من حل مسألة والتأكد من معقولية الجواب	10	%2.7	4	%1.4
اجمالي التكرارات والنسب المئوية للمعيار الرئيسي بالنسبة لمجال الإستدلال الرياضي				122	%33.5	77	%27.7

تشير نتائج الجدول أعلاه (10–4) أن نسبة المعيار الرئيسي " إدراك الإستدلال والبرهان كنواح أساسية في الرياضيات " تتواجد في الجزء الأول من كتاب الرياضيات – للصف الثاني ثانوي علمي – بنسبة (33.5%) وهي نسبة أعلى من نظيرتها في الجزء الثاني من كتاب الرياضيات– لصف الثاني ثانوي علمي –حيث بلغت نسبتها (27.7%) .

ويلاحظ من نتائج الجدول أعلاه، أن جميع المؤشرات الفرعية المنبثقة من المعيار الرئيسي " إدراك الاستدلال والبرهان كنواح أساسية في الرياضيات"، تواجدت جميعها في محتوى كتاب الرياضيات للصف الثاني ثانوي علمي في كلا الجزأين، وهذا يدل على مدى اهتمام الكتاب بوضع الطلبة في مواقف تحتاج إلى تفسيرات وتبريرات، بالإضافة إلى طرح تساؤلات مثل (هل، لماذا، كيف ؟) لتثير تفكير الطلبة، كما وتطلب من الطلبة التحقق من الحل والتأكد من نتيجته، بالإضافة إلى البحث عن طرق حل أخرى بديلة، حيث ظهرت تمثيلات هذا المعيار على شكل تمثيلات رمزية متبوعة في بعض الفقرات بتمثيلات أيقونية؛ لإيضاح الفكرة والشكل (5–4) يوضح بأمثلة من الكتاب :

مثال ٥ : إذا كان $أ = \begin{bmatrix} ٣ & -٢ \\ -٥ & ٤ \end{bmatrix}$ ، $ب = \begin{bmatrix} -٤ & ١ \\ ٢ & -٣ \end{bmatrix}$ ، فجد $|أ . ب|$

الحل : $|أ| = \begin{vmatrix} ٣ & -٢ \\ -٥ & ٤ \end{vmatrix} = ١٢ - ١٠ = -٢$

وكذلك $|ب| = \begin{vmatrix} -٤ & ١ \\ ٢ & -٣ \end{vmatrix} = ١٢ - ٢ = -١٠$

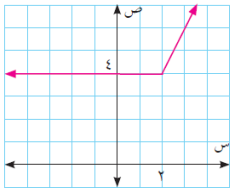
ومنه $|أ . ب| = |أ| \times |ب| = -٢ \times -١٠ = ٢٠$

هل يمكنك إيجادها بطريقة أخرى؟

(تشجيع الطلبة على التفكير بطرق حل أخرى)

نشاط ١: عائلة فلسطينية مكونة من: أم محمد وولديها التوأمين محمد وخالد كانت كتلة محمد قبل عشر سنوات ٣٢ كغم، وأصبحت اليوم٦٢ كغم، أما كتلة خالد فكانت ٢٩ كغم، ولكنها اليوم ٥٢ كغم. ارتاحت أم محمد للتغير في كتلة محمد، بينما ذهبت بابنها خالد إلى الطبيب ... برأيك لماذا؟

(حث الطلبة على تقديم تفسيرات ومبررات واثارة تساؤلهم بلماذا)



مثال ٤ : إذا كان ق(س) = $\begin{cases} ٢س & ، س \leq ٢ \\ ٤ & ، س > ٢ \end{cases}$ ، جد قَ(٢)

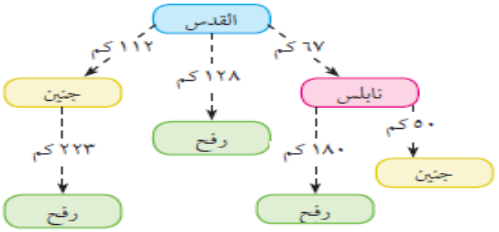
الحل : ق(س) متصل على مجاله (تحقق من ذلك)، ومنها يكون

قَ(س) = $\begin{cases} ٢ & ، س < ٢ \\ ٠ & ، س > ٢ \end{cases}$

أما عند س = ٢ فنبحث بالمشتقة عن يمينها وعن يسارها

فتكون قَ(٢)$^{+}$ = ٢ ، قَ(٢)$^{-}$ = ٠ ، ومنها قَ(٢) غير موجودة. (لماذا؟)

(يطرح الكتاب تساؤلات لماذا ، هل ، كيف ، ماذا)



ما رأيك بهذا التمثيل؟ هل يعطي الصورة الحقيقية للمسافات بين المدن؟ حاول تمثيل المعلومات السابقة بطرق أخرى؟

إن تنظيم هذه المعلومات له طرق متعددة، وسيتم التعرف على تنظيم جديد للبيانات، يسمى «المصفوفة».

(تشجيع الطلبة على تمثيل الحل بأكثر من طريقة)

الشكل (5-4) : أمثلة من كتاب الرياضيات الصف الثاني ثانوي علمي بجزأيه على مؤشرات المعيار " إدراك الإستدلال والبرهان كنواحٍ أساسية للرياضيات".

الجدول (11-4)

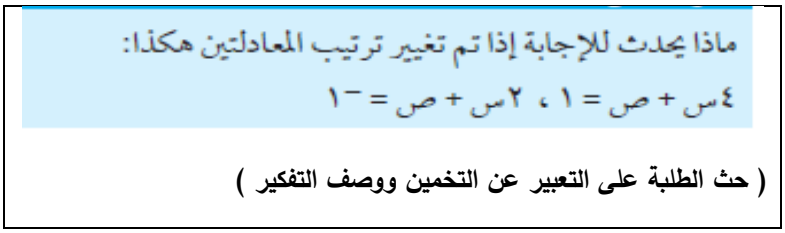
التكرارات والنسب المئوية للمعيار الرئيسي " صنع التخمينات رياضية وتقصيها "والمؤشرات الخاصة به في مجال الإستدلال الرياضي والبرهان في كتاب الرياضيات للصف الثاني ثانوي علمي بجزأيه الأول والثاني.

المجال : معيار الإستدلال الرياضي والبرهان

رقم المعيار	المعيار الرئيسي للمجال	رقم المؤشر	المعايير الفرعية (المؤشرات)	الفصل الأول		الفصل الثاني	
				التكرار	النسبة	التكرار	النسبة
2	صنع التخمينات رياضية وتقصيها .	2-1	يراعي الكتاب تعلم صنع تخمينات واختبارها (ختن) (ماذا تعتقد)	0	%0	0	%0
		2-2	يطرح الكتاب أسئلة مثل : - ماذا ستظن يحدث تالياً - هل هذا صحيح دائماً ؟ أحياناً ؟ إفرض كذا ، فما هو التغيير إذا وجد ولماذا ؟	0	%0	0	%0
		2-3	يشتمل الكتاب على مواقف تتطلب ملاحظة أنماط و استنتاج قاعدة بطريقة منطقية .	0	%0	0	%0
		2-4	يراعي الكتاب التعبير عن التخمينات ووصف التفكير	21	%5.8	16	%5.8
		2-5	يراعي الكتاب التحقق من التخمينات بإستخدام أمثلة ومواد محسوسة وحاسبات ومواد أخرى	0	%0	0	%0
		2-6	يراعي الكتاب التحقق من التخمينات باستخدام تمثيلات و رموز رياضية أو رسوم بيانية	0	%0	0	%0
		2-7	يراعي الكتاب العمل بمجموعات لصياغة واستكشاف التخمينات	0	%0	0	%0
		2-8	يراعي الكتاب العودة إلى تخمينات تصح في سياق معين وفحص مدى صحتها في إطار جديد	0	%0	0	%0
		2-9	يراعي الكتاب إيجاد مبرر للتخمين أو مثال لدحضه	0	%0	0	%0
اجمالي التكرارات والنسب المئوية للمعيار الرئيسي بالنسبة لمجال الإستدلال الرياضي				21	%5.8	16	%5.8

يبين الجدول (11-4)، أن المعيار الرئيسي صنع التخمينات رياضية وتقصيها، ظهر في كلا الجزأين للصف الثاني ثانوي علمي بنفس النسبة حيث بلغت (5.8%) .

كما ويتضح من الجدول (11-4) أن المؤشرات الفرعية المنبثقة من المعيار الرئيسي صنع التخمينات رياضية وتقصيها التابع لمجال الإستدلال الرياضي والبرهان، ظهر منها فقط "المؤشر يراعي الكتاب التعبير عن التخمينات ووصف التفكير" على شكل تمثيلات رمزية والشكل (6-4) يوضح بأمثلة من الكتاب :



الشكل (6-4) : مثال من كتاب الرياضيات للصف الثاني ثانوي علمي على مؤشرات المعيار صنع التخمينات رياضية وتقصيها.

في حين انعدم وجود بقية المؤشرات، كالتحقق من التخمينات وصياغتها عبر مجموعات بالإكتشاف، وإيجاد مبرر للتخمينات أو أمثلة لدحضها، وفحص مدى صحة التخمينات في سياقات أخرى، في كتاب الرياضيات للصف الثاني ثانوي علمي في كلا الجزأين الأول والثاني، وهذا يدل على عدم إهتمام كتاب الرياضيات للصف الثاني ثانوي علمي بها .

الجدول (12-4)

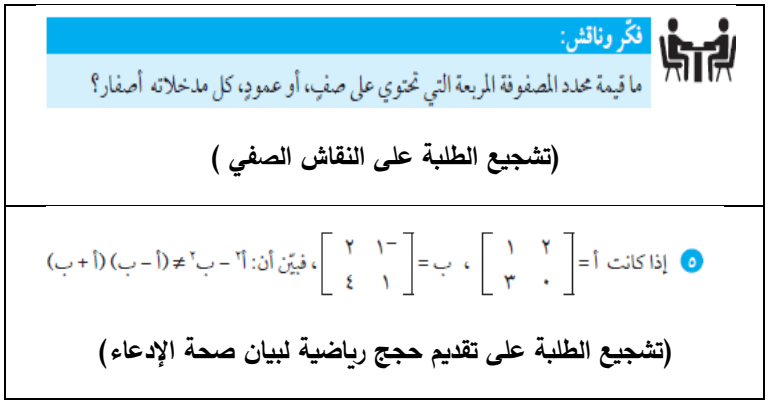
التكرارات والنسب المئوية للمعيار الرئيسي " تطوير وتقييم حجج رياضية وبراهين" والمؤشرات الخاصة به في مجال الإستدلال الرياضي والبرهان في كتاب الرياضيات للصف الثاني ثانوي علمي بجزأيه الأول والثاني

المجال : الإستدلال الرياضي والبرهان

رقم المعيار	المعيار الرئيسي للمجال	رقم المؤشر	المعايير الفرعية (المؤشرات)	الفصل الأول		الفصل الثاني	
				التكرار	النسبة	التكرار	النسبة
3	تطوير وتقييم حجج رياضية وبراهين .	3-1	يراعي الكتاب تبرير ادعاءات عامة بإستخدام حالات محددة	0	%0	0	%0
		3-2	يراعي الكتاب بناء سلسلة مركبة نسبياً من الإستدلال مع تقديم أسباب رياضية	0	%0	0	%0
		3-3	يطرح الكتاب أسئلة مثل : - هل ينجح هذا دائما ؟ - هل ينجح هذا أحياناً ؟ - لا ينجح أبداً ، لماذا ؟	0	%0	0	%0
		3-4	يحتوي الكتاب على امثلة واسئلة تدعم النقاش الصفي للطلبة	10	%2.7	16	%5.8
		3-5	يراعي الكتاب إيجاد أمثلة مضادة	0	%0	0	%0
		3-6	يراعي الكتاب طرح حجج رياضية (بَيّن)	13	%3.6	12	%3.4
اجمالي التكرارات والنسب المئوية للمعيار الرئيسي بالنسبة لمجال الإستدلال الرياضي				23	%6.32	28	%10

يبين الجدول (12-4)، أن المعيار الرئيسي " تطوير وتقييم حجج رياضية وبراهين " تواجد في الجزء الثاني من كتاب الرياضيات للصف الثاني ثانوي علمي بنسبة (10%)، وهي نسبة أعلى من نظيرتها في الجزء الأول من كتاب الرياضيات للصف الثاني ثانوي علمي حيث بلغت نسبتها (6.32%) .

تشير نتائج الجدول أعلاه، أن المؤشرات الفرعية للمعيار الرئيسي " تطوير وتقييم حجج رياضية وبراهين " ظهر منها فقط اثنين في محتوى كتاب الرياضيات للصف الثاني ثانوي لكلا الجزأين وهما : "يحتوي الكتاب على أمثلة وأسئلة تدعم النقاش الصفي للطلبة"، "يراعي الكتاب طرح حجج رياضية "، وهذا يدل على إهتمام كتاب الرياضيات في كلا الجزأين بإثارة النقاش بين الطلبة وطرح حجج رياضية لهم، حيث ظهرت على شكل تمثيلات رمزية والشكل (7-4) يوضح بأمثلة من الكتاب :



الشكل (7-4) : أمثلة من كتاب الرياضيات الصف الثاني ثانوي علمي بجزأيه على مؤشرات المعيار تطوير وتقييم حجج رياضية وبراهين

في حين أن بقية المؤشرات الفرعية التابعة للمعيار الرئيسي" تطوير وتقييم حجج رياضية وبراهين"، لم تتواجد في محتوى كتاب الرياضيات للصف الثاني ثانوي علمي في كلا الجزأين، حيث بلغت نسبتها(0%)، وهذا يدل على عدم وجود أمثلة وتمارين في الكتاب تتيح فرصة للطلبة للإدعاء وتبريره وإيجاد أمثلة مضادة، كما لا يتيح ببناء سلسلة مركبة من الإستدلال وتقديم أسباب رياضية.

جدول (13-4)

التكرارات والنسب المئوية للمعيار الرئيسي " إنتقاء واستعمال أنواع متنوعة من الإستدلال وأساليب البرهان " والمؤشرات الخاصة به في مجال الإستدلال الرياضي والبرهان في كتاب الرياضيات للصف الثاني ثانوي علمي بجزأيه الأول والثاني

المجال : الإستدلال الرياضي والبرهان

رقم المعيار	المعيار الرئيسي للمجال	رقم المؤشر	المعايير الفرعية (المؤشرات)	الفصل الأول		الفصل الثاني	
				التكرار	النسبة	التكرار	النسبة
4			يمكن المحتوى الطالب من :				
	إنتقاء واستعمال أنواع متنوعة من الإستدلال وأساليب البرهان .	4-1	يراعي الكتاب تطوير أنماط مختلفة من طرق البرهان (مباشر ، غير مباشر ، تناقض ، استقراء رياضي ..) (ابرهن ، اثبت)	27	%7.4	12	%4.3
		4-2	يحتوي الكتاب على أسئلة تشجع الطلبة على التفكير انطلاقاً مما لديهم من معلومات (الاستفادة من الخبرات السابقة) .. (بناء على ما تعلمت سابقا)	9	%2.5	3	%1
اجمالي التكرارات والنسب المئوية للمعيار الرئيسي بالنسبة لمجال الإستدلال الرياضي				36	%10	15	%5.4
اجمالي التكرارات مجال الإستدلال الرياضي والبرهان والنسبة المئوية لمجال الإستدلال الرياضي والبرهان بالنسبة لمعايير العمليات الأخرى التابعة لمعايير ال (NCTM)				202	%55.5	136	%48.9

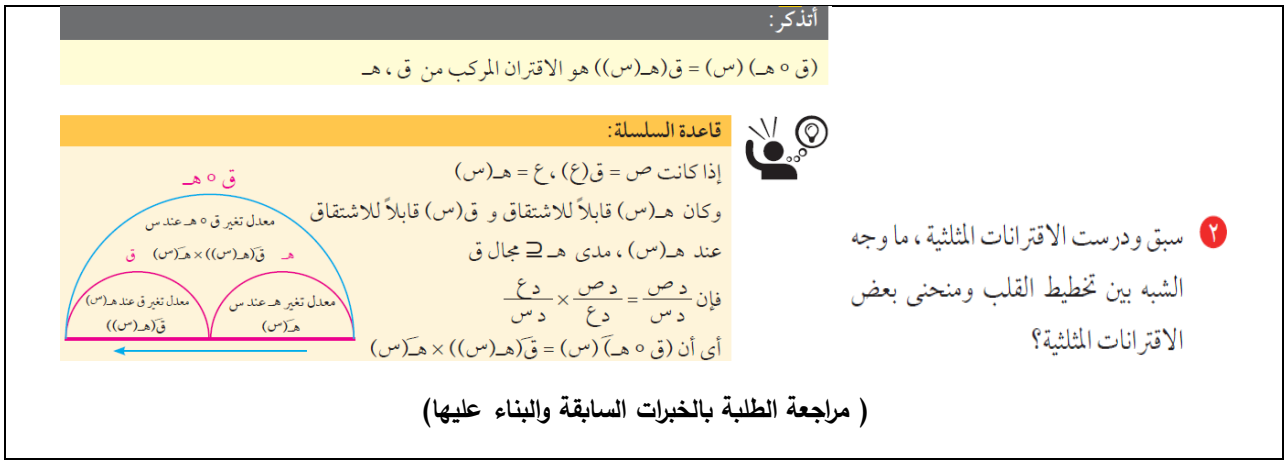
يبين الجدول (13-4)، أن المعيار الرئيسي إنتقاء واستعمال أنواع متنوعة من الإستدلال وأساليب البرهان، ظهر في الجزء الأول من كتاب الرياضيات للصف الثاني ثانوي علمي بنسبة (10%)، وهي نسبة أعلى مقارنة مع نظيرتها بالجزء الثاني حيث بلغت(5.4%) .

ويتضح من الجدول (13-4) أن المؤشرات الفرعية المنبثقة من المعيار الرئيسي إنتقاء واستعمال أنواع متنوعة من الإستدلال وأساليب البرهان الخاصة بمجال الإستدلال الرياضي والبرهان، ظهرت جميعها في محتوى كتاب الرياضيات للصف الثاني ثانوي علمي لكلا الجزأين، وهذا يدل على إهتمام كتاب الرياضيات للصف الثاني ثانوي علمي بتحفيز الطلبة على التفكير انطلاقاً مما لديهم من معلومات، وتطوير أنماط مختلفة من البراهين، حيث ظهرت في الكتاب على شكل تمثيلات رمزية والشكل (8-4) يوضح بأمثلة من الكتاب :

٤ أ إذا كانت $ص = \frac{س}{س + ١}$ ، $س \neq -١$ ، أثبت أن: $٢ص صَ + س صَّ = ٠$

ب إذا كانت $ص = أ س^{٥} + \frac{٥}{س^{٤}}$ ، $س \neq ٠$ ، أثبت أن: $صَّ = \frac{٢٠ص}{س^{٢}}$

(استخدام أنواع متنوعة من الإستدلال وأساليب البرهان)



(مراجعة الطلبة بالخبرات السابقة والبناء عليها)

الشكل (8-4) : أمثلة من كتاب الرياضيات للصف الثاني ثانوي علمي بجزأيه على مؤشرات المعيار إنتقاء واستعمال أنواع متنوعة من الإستدلال وأساليب البرهان

كما وتشير نتائج الجداول أعلاه ، بأنّ مجال الإستدلال الرياضي والبرهان ورد في الجزء الأول من كتاب الرياضيات للصف الثاني ثانوي علمي بنسبة مقدارها (55.5%)، وهي نسبة أعلى من نظيرتها في الجزء الثاني من الكتاب حيث بلغت(48.9%).

أما فيما يتعلق بتحليل محتوى وحدات كتاب الرياضيات للصف الثاني ثانوي الفرع العلمي، فيبيّن الجدول أدناه (14-4)، النسب المئوية للمعايير الرئيسية الخاصة بمجال الإستدلال الرياضي والبرهان الواردة في كلا الجزأين الأول والثاني.

الجدول (14-4)

النسب المئوية للمعايير الرئيسية الخاصة بمعيار الإستدلال الرياضي والبرهان في جميع الوحدات الدراسية الواردة في كتاب الرياضيات للصف الثاني ثانوي علمي بجزأيه الأول والثاني .

الثاني ثانوي علمي	الفصل الأول			الفصل الثاني		
الوحدة الدراسية ←	حساب التفاضل	تطبيقات التفاضل	المصفوفات والمحددات	التكامل غير المحدود وتطبيقاته	التكامل المحدود وتطبيقاته	الأعداد المركبة
إدراك الإستدلال والبرهان كنواحٍ أساسية للرياضيات	%10.4	%13.2	%9.9	%12.2	%10.4	%5
صنع التخمينات الرياضية وتقصيها	%2.5	%1.4	%1.9	%2.9	%1.8	%1
تطوير وتقييم حجج رياضية وبراهين	%1	%3.3	%1.9	%5	%2.2	%2.9
إنتقاء واستعمال أنواع متنوعة من البراهين	%4	%4.4	%1.4	%1	%3.2	%1
معيار الإستدلال الرياضي والبرهان	%17.9	%22.3	%15.1	%21.1	%17.6	%9.9

يشير الجدول (14-4)، بأنّ نسبة مجال الإستدلال الرياضي والبرهان في الجزء الأول من كتاب الرياضيات للصف الثاني ثانوي علمي وجدت بمقدار(55.5%)، وهذه النسبة موزعة على الوحدات الثلاث الخاصة بكتاب الرياضيات الجزء الأول وهم (حساب التفاضل ، تطبيقات التفاضل ، المصفوفات والمحددات) .

تبين نتائج الجدول السابق أن نسبة مجال الإستدلال الرياضي والبرهان، تركزت في وحدة تطبيقات التفاضل حيث بلغت نسبتها(22.3%)، وتوزعت هذه النسبة على المعايير الرئيسية الخاصة بمجال الإستدلال الرياضي والبرهان .

و يظهر المعيار الرئيسي "إدراك الإستدلال والبرهان كنواح أساسية للرياضيات" بأعلى نسبة مقارنة مع المعايير الرئيسية الأخرى، حيث بلغت(13.2%)، يليها في الظهور معيار إنتقاء واستعمال أنواع متنوعة من البراهين، وكان أقل المعايير الرئيسية ظهوراً في وحدة تطبيقات التفاضل في الجزء الأول من كتاب الرياضيات للصف الثاني ثانوي علمي معيار صنع التخمينات الرياضية وتقصيها حيث بلغت نسبته (1.4%).

كما وتشير نتائج الجدول (14–4) أن مجال الإستدلال الرياضي والبرهان تواجد في وحدة حساب التفاضل بنسبة مقدارها(17.9%)، موزعةً على المعايير الرئيسية الأربعة التابعة لمجال الإستدلال الرياضي والبرهان كما يلي :

أكثر المعايير وروداً في وحدة حساب التفاضل " إدراك الإستدلال والبرهان كنواح أساسية للرياضيات " والذي بلغت نسبته (10.4 %)، بينما ظهرت المعايير الرئيسية المتبقية بنسب متقاربة حيث ورد معيار إنتقاء واستعمال أنواع متنوعة من الإستدلال وأساليب البرهان في الوحدة بنسبة (1.4%)، تبعها معيار صنع التخمينات الرياضية وتقصيها حيث بلغت نسبته(2.5%)، بينما كان معيار تطوير وتقييم حجج رياضية وبراهين أقل المعايير ظهوراً حيث بلغت نسبته(1%) .

نلاحظ من نتائج جدول أعلاه أن مجال الإستدلال الرياضي والبرهان تواجد في وحدة المصفوفات والمحددات بأقل نسبة مقارنة مع الوحدتين السابقتين، حيث تركز وجود معيار" إدراك الاستدلال والبرهان كنواح أساسية للرياضيات" بنسبة(9.9%)، بينما ظهر المعياران صنع التخمينات رياضية وتقصيها، تطوير وتقييم حجج رياضية وبراهين بنسب متساوية مقدارها(1.9%)، في حين أن المعيار "إنتقاء واستعمال أنواع متنوعة من الإستدلال وأساليب البرهان" ظهر بأقل نسبة بلغت(1.4%) .

يشير الجدول (14–4) أن نسبة مجال الإستدلال الرياضي والبرهان في الجزء الثاني من كتاب الرياضيات للصف الثاني ثانوي علمي بلغت(48.9%)، حيث توزعت هذه النسبة على الوحدات الدراسية الثلاث الخاصة بكتاب الرياضيات للصف الثاني ثانوي علمي وهم (التكامل غير المحدود وتطبيقاته، التكامل المحدود وتطبيقاته، الأعداد المركبة) .

تشير نتائج الجدول أعلاه، أن نسبة مجال الإستدلال الرياضي والبرهان، تركزت في وحدة التكامل غير المحدود وتطبيقاته حيث بلغت النسبة فيها(21.1%)، وتوزعت هذه النسبة على المعايير الرئيسية الأربعة وظهرت كالآتي :

ظهر معيار" إدراك الإستدلال والبرهان كنواح أساسية للرياضيات"، بأعلى نسبة مقارنة مع المعايير الأخرى حيث بلغت (12.2%)، تبعها معيار تطوير وتقييم حجج رياضية وبراهين حيث ظهرت بنسبة مقدارها (15%)، بينما ظهر معيار إنتقاء واستعمال أنواع متنوعة من البرهان بنسبة (1%)، وهي أقل نسبة مقارنة مع المعايير الرئيسية الخاصة بمجال الإستدلال الرياضي والبرهان .

كما و تبين نتائج الجدول السابق، أن نسبة مجال الإستدلال الرياضي والبرهان، تواجدت في وحدة التكامل المحدود وتطبيقاته حيث بلغت النسبة(17.6%) موزعةً على المعايير الرئيسية الأربعة كما يلي :

ظهر معيار" إدراك الإستدلال والبرهان كنواح أساسية للرياضيات " بأعلى نسبة مقارنة مع المعايير الأخرى حيث بلغت بنسبة(10.4%)، يليها معيار إنتقاء واستعمال أنواع متنوعة من البرهان بنسبة(3.2%)، بينما كان أقل المعايير ظهوراً في الوحدة معيار صنع التخمينات الرياضية وتقصيها حيث بلغت نسبتها(1.8%).

في حين تشير نتائج الجدول أعلاه، أن نسبة مجال الإستدلال الرياضي والبرهان تواجدت في وحدة الأعداد المركبة بأقل نسبة مقارنة مع الوحدتين السابقتين، حيث بلغت نسبتها (9.9%)، موزعةً على المعايير الرئيسية كما يلي :

ظهر معيار "إدراك الإستدلال والبرهان كنواح أساسية للرياضيات" بنسبة (5%)، بينما ظهر معيار تطوير وتقييم حجج رياضية وبراهين بنسبة (2.9%)، بينما ورد المعياران" إنتقاء واستعمال أنواع متنوعة من الاستدلال وأساليب البرهان"، "و صنع التخمينات الرياضية وتقصيها "بأقل نسبة مقارنة مع المعايير الأخرى حيث بلغت نسبتهما(1%).

الفصل الخامس

مناقشة نتائج الدراسة

المقدمة :

تهدف الدراسة المتناولة بين أيدينا إلى فحص أوجه الإستدلال التي يركز عليها معلمو الرياضيات، ومدى توافرها في محتوى كتب الرياضيات الفلسطينية للمرحلة الثانوية حسب معايير المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM)، واستخدم الأسلوب الوصفي التحليلي؛ وذلك لملاءمته لأغراض الدراسة، حيث يتيح الفرصة للتعبير عن البيانات كمياً ووصفياً .

تهدف الدراسة للإجابة عن السؤاليين التاليين :

السؤال الأول : ما أوجه الإستدلال الرياضي التي يركز عليها معلمو الرياضيات في الثانوية ؟

السؤال الثاني : ما مدى توفر معيار الإستدلال الرياضي والبرهان في محتوى كتب الرياضيات الفلسطينية للمرحلة الثانوية حسب معايير المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM) ؟

وتفرع من السؤال الثاني سؤاليين فرعيين :

أولاً : ما مدى توفر معيار الإستدلال الرياضي والبرهان في محتوى كتاب الرياضيات للصف الأول ثانوي علمي حسب معايير المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM) ؟

ثانياً : ما مدى توفر معيار الإستدلال الرياضي والبرهان في محتوى كتاب الرياضيات للصف الثاني ثانوي علمي حسب معايير المجلس القومي لمعلمي (NCTM) ؟

كما و عُرض في هذا الفصل مناقشة النتائج التي تم الوصول إليها في الفصل الرابع من هذه الدراسة .

مناقشة النتائج المتعلقة بالسؤال الأول :

مناقشة نتائج الإجابة عن السؤال الأول، الذي يتعلق بأوجه الإستدلال الرياضي التي يركز عليها معلمو الرياضيات، فللإجابة عن هذا السؤال أُجريت مقابلات شبه مفتوحة مع أربعة من معلمي المرحلة الثانوية (الأول ثانوي، الثاني ثانوي) الفرع العلمي؛ لفحص أوجه الإستدلال الرياضي التي يركز عليها المعلمون وكيفية تضمينه بالحصة الدراسية .

كشفت نتائج المقابلات أن معلمي الرياضيات، ينصب اهتمامهم في مجال الإستدلال الرياضي والبرهان تحديداً في المعيار الرئيسي " ادراك الاستدلال والبرهان كنواحٍ أساسية للرياضيات"، حيث يهدف المعلمون لجعل الرياضيات مهمة للطلبة ويشعرونهم بمنطقيتها، وذلك من خلال الأمثلة والأنشطة التي يطرحونها في مقدمة الدروس، والتي تكون من واقع حياة الطلبة ومرتبطة بأهدافهم وذلك لزيادة اهتمامهم وتركيزهم بمادة الرياضيات، وينظرون إليها بأنها مفيدة لحياتهم، لكن في أغلب الأحيان لا يتطرق ثلاث من معلمو الرياضيات إلى النشاط، أو الفكرة الواردة في بداية الدرس، حيث يرونَ أنها غير مناسبة كمثال للبدء به، لذلك يتطرقون بالشرح بأمثلة خارجية تتناسب مع الطلبة ومستواهم، و أشارت إحدى المعلمات إلى أنها تنوع في عرض تمثيل النشاط التي تبدء فيه حسب ما تسمحه طبيعة المادة المطروحة، على سبيل المثال في درس الإحتمالات تقوم بإجراء تجربة لطلبة مستخدمةً أشياء مادية محسوسة كحجارة النرد، أو الكرات الملونة، وبهذا فإننا نلاحظ أنها تستخدم المرحلة الأولى من مراحل التمثيل لدى برونر (1964)Bruner المرحلة الحسية ، حيث أنها بنظر المعلمة تقرب هذه الطريقة المفهوم على الطلبة خاصة وإن كان هذا المفهوم يعرض لأول مرة عليهم، لذلك لا بد من أنْ يجربوه بأيديهم؛ ليرسخ المفهوم في أذهانهم، كما أنها تستخدم في درس

الإقترانات البرامج الحاسوبية كبرنامج الجيوجيبرا؛ وذلك لتمثيل الإقترانات أمام الطلبة، حيث نلاحظ أنها تستخدم المرحلة الثانية من مراحل التمثيل المعرفي لدى برونر Bruner(1964) وهي مرحلة التمثيل الأيقوني ، وذلك حتى يتعمق المفهوم لدى الطلبة عند مشاهدة رسومات الإقترانات والتغييرات الحاصلة عليها قبل التطرق إليها على هيئة رموز تجريدية.

كما أن أكثر الطرق استخداماً لدى المعلمين هي إثارة تفكير الطلبة بأسئلة" لماذا ؟ كيف ؟ من أين جاء هذا ؟ فسر اجابتك ؟ ما رأيك ؟، وضح ؟ " وهذا برأيهم يجعل الطلبة متفاعلين بالحصة، ويبين مدى فهمهم وتبين ما لديهم من أفكار ومفاهيم بديلة لمعالجتها، لكن من ناحية أخرى لا يتطرق المعلمون لحل أسئلة أفكر وأناقش الواردة في الكتب خوفاً من ضياع وقت الحصة، كما أنهم يرونها ذات مستوى تفكير عالٍ يصعب على الطلبة فهمه، لكن قد يكون مثل هذا النوع من الأسئلة صعب على بعض الطلبة، لكنه قد يكون ممتع وشيق للبعض الآخر، خاصة ممن وصلوا إلى مرحلة العمليات الشكلية المجردة حسب(بياجيه)، حيث يصل الفرد بها إلى قمة التطور في البنى المعرفية، بحيث تتمثل عند الفرد القدرة على التفكير المجرد، وحل العديد من المسائل الإفتراضية واللفظية، واستخدام عمليات متعددة لحل المسائل وتفسيرها وتنظيمها، كما أنهم يميلون إلى الإستدلال الذهني، بحيث يهتمون بالعمليات الذهنية العليا كالتفكر، والتذكر المبني على الفهم والإستنتاج(Piaget, 1983)، لذلك و إن توفر في الكتاب المدرسي بعض الفقرات التي لا تتلاءم مع بعض مستويات الطلبة قد لا يكون الحل بالاستغناء عنها، وإنما على المعلم البحث عن بديل عنها بالأمثلة والأنشطة الخارجية بحيث تناسب مستوى تفكير طلبته وتراعي الفروق الفردية بينهم.

كما وأشارت نتائج المقابلات أن المعلمين يوجهون تفكير طلبتهم عند حل مشكلة معينة بالتركيز على المعطيات والمطلوب، والإستفادة من الكلمات المفتاحية لمعرفة القانون المراد تطبيقه، كما وأشار أحد

المعلمين على تحفيز الطلبة بتمثيل المشكلة كل حسب طريقة تفكيره، متبعاً بذلك مرحلتي التمثيل الأيقوني والرمزي (Bruner,1964)، فبعض الطلبة يحبذ التمثيل الأيقوني، وذلك برسم رسمة تعبر عمّا جاء بالسؤال من معطيات، وبعضهم يميل إلى التفكير الرمزي المجرد، وذلك بتحويل معطيات السؤال إلى رموز قدوةً بالمعلم، حيث أن المعلم عندما يقوم بشرح المفهوم يتبع التمثيل الأيقوني أثناء الشرح لطلبة لتأكيد الفهم لديهم، ثم يقوم بتحويلها إلى رموز حتى تصبح طريقة الحل أكثر رسمية، ويراعي بذلك التدرج بتمثيل من صوري إلى رمزي حتى يتمكن الطلبة من الفهم واستيعاب المطلوب بطريقة التمثيل الملائمة، وكما يشجع المعلمون طلبتهم على البحث عن طرق حل متعددة واختيار الأسهل منها لهم دون أن يُحدث ذلك تشتيتاً لفهمهم، لكن اثنين من المعلمين فقط يتطرقون لجعل الطلبة يتحققون من اجاباتهم سواء بطرق حل أخرى، أو التفكير بمعقوليتها، ومدى ملاءمتها مع المطلوب من السؤال، في حين أن المعلمين الآخرين لا يتطرقون لمثل هذا الأمر، مع العلم أن التحقق من الجواب مُدرج في الكتاب المدرسي في العديد من الأمثلة والأنشطة، فحسب بياجيه (piaget,1983)، و تبعاً لخصائص مرحلة العمليات الشكلية التي ينتمي إليها بعض طلبة المرحلة الثانوية، تتمثل بأن معظمهم قادرون على استعمال العمليات المنطقية المجردة، والتحقق الذهني من صحة الحل، والتفكير بالتفكير نفسه، واقترح البدائل والأسباب، لذلك لا بد من تنمية هذه القدرة لطلبة هذه المرحلة مع مراعاة الفروق الفردية بينهم.

نلاحظ من النتائج السابقة أنها منسجمة مع محتوى كتب الرياضيات للمرحلة الثانوية (الأول ثانوي، الثاني ثانوي) الفرع العلمي، حيث لوحظ في الفصل الرابع من نتائج تحليله، أن أكثر معايير مجال الإستدلال الرياضي تواجداً في الكتب هو " إدراك الإستدلال والبرهان كنواحٍ أساسية للرياضيات "، حيث اتفقت نتائج تحليل الكتاب مع المعلمين وطرق تدريسهم وذلك في جعل الرياضيات مهمة لطلبة ومثيرة لإهتماماتهم

وجعلهم أكثر قدرة على التفسير والتبرير، والمناقشة وطرح تساؤلات عدة، وايجاد حلول للمشكلة بطرق متعددة دون أن يؤثر ذلك على فهمهم، وهذا ما اتفقت معه أيضاً الدراسة التركية ل بوزبيرد وايفاز (Bozkuş 2018 & Ayvaz,) عند قيامهم بتحليل فهم 16 معلماً من معلمي الرياضيات المرحلة المتوسطة للإستدلال الرياضي والبرهان، حيث أظهرت نتائج التحليل أن المعلمين ينظرون إلى الإستدلال الرياضي والبرهان على أنه عبارة عن تقديم تفسيرات ومبررات وإيجاد حلول للمشكلات، وهذا ما أشارت إلية أيضاً دراسة لونجو وآخرون (Loongo & et al. , 2013)، حيث أظهرت نتائج الدراسة التي أجريت على سبعة من معلمي المرحلة الإبتدائية لتقديم تقرير عن تصورات المعلمين وفهمهم عن الإستدلال الرياضي والبرهان، فلوحظ أن المعلمين ينظرون إلى الإستدلال الرياضي والبرهان على أنه تفسير وتوضيح للطلبة.

في حين لوحظ من خلال نتائج المقابلات، إهمال من قبل بعض المعلمين لمعيار " صنع التخمينات وتقصيها " حيث وأنّهم يفضلون أن تتم الحلول من خلال العمليات الحسابية المنطقية، والإبتعاد عن التخمين خوفاً من أن تكون الإجابة مبنية على الحظ وليس على أساس منطقي، في المقابل شجع بعض المعلمين ملكة التخمين والحدس لدى الطلبة بإعتبارها ملكة خاصة بالطلبة الأذكياء، ولا بد من تنميتها، و يطلبون من الطلبة التحقق من التخمينات باستخدام تمثيلات برونر (1964) Bruner الحسية والأيقونية والرمزية، لكن يهمل المعلمون العمل ضمن مجموعات استكشافية لصياغة التخمينات وتقصيها، ففي نظرهم إن كان سوف يحدث تخمين، فإنه يحدث بالصدفة بالحصة دون تحضير مسبق له، كما ونلاحظ من خلال المقابلة عدم تشجيع المعلمين الطلبة على اكتشاف الأنماط المتعددة، و لا يحفزون تفكير الطلبة على التخمين النمط واكتشاف قاعدته، لكن وبحسب بياجيه(piaget,1983)، يستطيع بعض أفراد هذه المرحلة ممن وصلوا إلى مرحلة العمليات الشكلية المجردة، من وضع الإحتمالات وإجراء التجارب العقلية، ويحاولون التجريب بشكل منطقي، وذلك بوضع

الفروض والتأكد من صحتها، كما أن هذه الفترة تعرف بفترة الخيال والقدرة على التخمين، والتأكد من صحته، لذلك لا بد من إثارة تفكير الطلبة من قبل المعليمن بتمارين تتيح لهم اكتشاف الأنماط وتخمينها، كما أن الخيال مهم لهم في هذه المرحلة، و لا بد من تنمية هذه المهارات لطلبة المرحلة الثانوية؛ لأن ملكة التخمين والحدس تبقى مرافقة لهم طيلة حياتهم، ويستفدون منها في حياتهم العملية والعلمية، إذا تم استغلالها بالشكل الصحيح.

أما فيما يخص معيار " إنتقاء واستعمال أنواع متنوعة من الإستدلال وأساليب البرهان " فقد لوحظ من خلال نتائج المقابلات اهتمام المعلمين بمؤشر " تشجيع الطلبة على التفكير انطلاقاً مما لديهم من معلومات "، حيث أن المعلمين يهتمون بالخبرات السابقة للطلبة، وما لديهم من معلومات، ويعالجونها، وينطلقون منها لمفهوم آخر جديد، حيث إنّ البناء على الخبرات السابقة تبين مدى ترابط مادة الرياضيات ومنطقيتها، وأن كل ما تم أخذه في الصفوف السابقة من معلومات تلزم في الصفوف اللاحقة و يتم البناء عليها لتعلم مفهوم آخر جديد.

أما مؤشر " تطوير أنماط مختلفة من طرق البرهان (مباشر، غير مباشر، تناقض، استقراء رياضي ..)، نلاحظ أن المعلمين كان لديهم آراء متعددة، لكن اجمعوا على أن مستوى الطلبة هو من يحدد إثراء الحصص بالإثبات، و يرى المعلمون أن الإثبات يُعطى للطلبة الأذكياء، والمعلمون ينظرون إليه بمثابة هدف مناسب لأقلية من الطلبة (Knuth,a2002)، وهذا يدل على أن معظم طلبة هذه المرحلة قد لا يكونوا قد وصلوا إلى مرحلة العمليات الشكلية المجردة حسب بياجيه، لذلك يواجهون صعوبة في الإثبات؛ لأن نموهم الذهني لم يصل إلى هذا النوع من الإستدلال، وليس بسبب أنّ تحصيلهم متدنٍ، لذلك على المعلمين تقديم أمثلة وأنشطة إثبات تراعي مستواهم، في حين أن بعض الطلبة تفكيرهم الذهني مؤهل للتفكير بأشكال الإثبات وأنواعها،

ويجد لذة بالتعامل معها، لذلك يجب عدم إهمالهم وإنما تقديم مسائل متنوعة لهم تراعي مستواهم، كما وعبرت إحدى المعلمات عن بعض المشاكل مع طلبتها بما بخص الإثبات وأنّهم يثبتون لها بمثال عددي ولا يستخدمون الطريقة الرسمية بالإثبات، لكن نلاحظ من ذلك أن المعلمة ليست على معرفة كافية بالخصائص الذهنية لطلبتها، فمن الواضح أن طلبتها لم يصلوا إلى مرحلة العمليات الشكلية المجردة بشكل كامل، وبالتالي خصائصهم الذهنية لا تسمح لهم بالإثبات بطريقة رسمية، وذلك باستخدام طرق الإثبات والتعبير عنها بشكل رسمي، فيتطرقون إلى الإثبات باستخدام أمثلة عددية للتعبير عن إجاباتهم، وهذه لا تعتبر مشكلة، وإنما تعتبر إحدى طرق الإثبات الأكثر شيوعاً، وهذا ما دلت عليه دراسة ديتوري (Dituri,2013)، فإنّ أكثر أشكال الإثبات شيوعاً، هو تبريرها عبر مثال محدد، كما و لجأ بعض المعلمين إلى إعطاء الطلبة كلمات مفتاحية تبين لهم أي نوع من الإثبات يمكنهم استخدامه للتسهيل عليهم، كما واشار معلم آخر إلى أنه يجعل الطلبة يتقنون ما جاء من الكتاب من أمثلة وأسئلة على الإثبات ولا يثريها بأسئلة متنوعة بالأفكار، وحسب وجهة نظره بأنّ الإثبات غير مهم لطلبة المرحلة الثانوية. المهم هو التطبيق على القانون وإتقانه، لكن من خصائص هذه المرحلة حسب بياجيه (Piaget,1983)، فإنّ معظم طلبة المرحلة الثانوية ممن وصلوا إلى مرحلة العمليات الشكلية المجردة، لا يأخذون الأمور كمسلمات، وإنما لديهم القدرة على الإثبات والإقناع وإحضار الأدلة، وذلك بالتفكير الإستدلالي المنظم بطريقة رمزية مجردة، بحيث تتمثل قدرة هذه المرحلة على استخدام النظريات بطريقة متكاملة، وتفسيرها علمياً، والتوصل للمعرفة المنظمة للأشياء والأحداث بوضع تلك النظريات في فئات وترتيبها بشكل متسلسل مستخدماً مختلف أنواع الربط المنطقي .

في حين أن بعض المعلمين في المقابلة أشادوا بدور الإثبات المهم في تحفيز الطلبة على التفكر المنطقي ضمن خطوات رياضية تجعل الرياضيات بنظرهم مترابطة، كما وإنّ الإثبات يساعد الطلبة على الفهم.

أما الأمر بالنسبة لمعيار " تطوير حجج رياضية وتقييمها " فقد لوحظ من خلال نتائج المقابلات أن المعلمين يحفزون الطلبة على تقديم حجج رياضية؛ لدفاع عن رأيهم واقناع الطرف الآخر، ومقارنة أفكارهم بأفكار الآخرين من خلال النقاش المثار بين الطلبة، ولكن يتم تقديمها بشكل شفهي غير رسمي باستخدام أمثلة محددة كأمثلة مضادة تدعم قيمة الصواب، أو الخطأ لتساؤلاتهم، وهذا يتوافق مع رأي بياجيه(Piaget, 1983) حيث أنّ بعض أفراد المرحلة الثانوية يدخلون طوراً جديداً في الحياة الاجتماعية، بحيث تزيد المشاركة بين الطلبة والتي تكون قائمة على التعاون وتبادل وجهات النظر، ومناقشتها، وإحضار الأدلة على صحة ما يقولون، لكن لا يحفز المعلمون الطلبة على بناء سلسلة مركبة من الإستدلالات الرياضية مكتوبة بطريقة رسمية باستخدام الرموز مع تقديم أسباب رياضية، حيث أشارت إحدى المعلمات بأنّها لا تحبذ طريقة التمثيل الرمزية المجردة في التعبير، وإنما تحبذ التعبير بالرسومات واللغة، وأحياناً يكون الطلبة بنظر المعلمين ذات مستوى متدنٍ، لذلك يرون أنهم لا يستطيعون التعبير بشكل رمزي مجرد، لكن بالحقيقة قد يكون النمو الذهني لبعض الطلبة لم يصل إلى مرحلة النضج والوصول إلى المرحلة الثالثة من مراحل التمثيل المعرفي لدى برونر (1964)Bruner وهي التمثيل الرمزي المجرد، لذلك يقع على عاتق المعلم استخدام تمثيلات برونر الثلاث الحسية والصورية والرمزية والتدرج بها لمراعاة الفروق الفردية بين الطلبة وذلك لفهم المحتوى ضمن التمثيل الملائم لهم.

يُلاحظ من خلال نتائج المقابلات أن المعلمين ليسوا على معرفة كافية بخصائص النمو الذهني لدى طلبة المرحلة الثانوية، و أن بعض طلبة هذه المرحلة قد وصلوا إلى مرحلة العمليات الشكلية المجردة حسب بياجيه، والبعض الآخر لم يصل إليها بالشكل الكامل، فعلى سبيل المثال قد يكون بعض الطلبة متقن لعملية التخمين، والتفسير، لكنه غير متمكن من طرق الإثبات والبرهان، أو من تفسير المسائل وتمثيلها بطرق

متعددة وإيجاد المطلوب، فأوجه الإستدلال الرياضي والبرهان متعددة ومتنوعة، وكل طالب متقن لنوع معين منها، فعلى المعلم أن ينوع بين أوجه الإستدلال بالحصة، وذلك من خلال التعرف على الخصائص الذهنية للمرحلة التي يدرسها، وبناءً عليها يختار طرق التدريس التي تتناسب مع أفراد هذه المرحلة، بحيث لا يتبع وتيرة واحدة في الشرح، ألا وهي النقاش، والحوار، والمشاركة، بل تطويرها باستخدام الأسلوب العلمي في التدريس واعطاء الطلبة مهاماً تمثل شيئاً من التحدي الفكري القائم على التفكير والإستنباط، والتحليل، والتعلم الذاتي، و دمج الطلبة بتمارين وأنشطة بمستويات متعددة مع التنويع بطرق تمثيل المعرفة مستخدماً بذلك مراحل التمثيل المعرفي لدى برونر والتدرج بها من الحسي ثم الأيقوني، وأخيراً الرمزي حتى يتمكن الطلبة من فهم المحتوى حسب طريقة التمثيل الملائمة له ولخصائص نموه الذهني التي وصل إليها.

مناقشة النتائج المتعلقة بالسؤال الثاني :

بينت نتائج الإجابة عن السؤال الثاني والخاص بمدى تضمين مجال الإستدلال الرياضي والبرهان في محتوى كتب الرياضيات الفلسطينية للمرحلة الثانوية (الأول ثانوي والثاني ثانوي) الفرع العلمي، حسب معايير المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM)، حيث إنّ مجال الإستدلال الرياضي والبرهان، تواجد في كتاب الرياضيات للصف الأول ثانوي علمي بنسبة (63.6%) ، ولمزيداً من التفصيل، بلغت نسبة الإستدلال في كتاب الرياضيات للصف الاول ثانوي علمي الجزء الأول(76.5%)، في حين بلغت نسبة الإستدلال الرياضي والبرهان في كتاب الرياضيات الجزء الثاني للصف الأول ثانوي علمي (49.8%)، كما وظهرت نسبة الإستدلال في كتاب الصف الثاني ثانوي علمي ككل(52.6%)، حيث تواجدت النسبة في كتاب الرياضيات للصف الثاني ثانوي علمي في الجزأين الأول والثاني،(55.5%) ، (48.9%) على الترتيب.

كما وتظهر نتائج الدراسة، أنّ مجال الإستدلال الرياضي والبرهان، تركز بأكبر نسبة مئوية في المعيار الرئيسي " إدراك الإستدلال والبرهان كنواحٍ أساسية للرياضيات "، حيث تَصَدّر أعلى نسبة مئوية مقارنة مع المعايير الرئيسية الأخرى، حيث بلغت نسبته في كتاب الرياضيات للصف الأول ثانوي علمي في كلا الجزأين الأول والثاني على الترتيب(32.8% ، 24%)، في حين ظهر المعيار في كتاب الرياضيات للصف الثاني ثانوي في كلا الجزأين الأول والثاني على الترتيب بنسبة (33.5% ، 27.7%) .

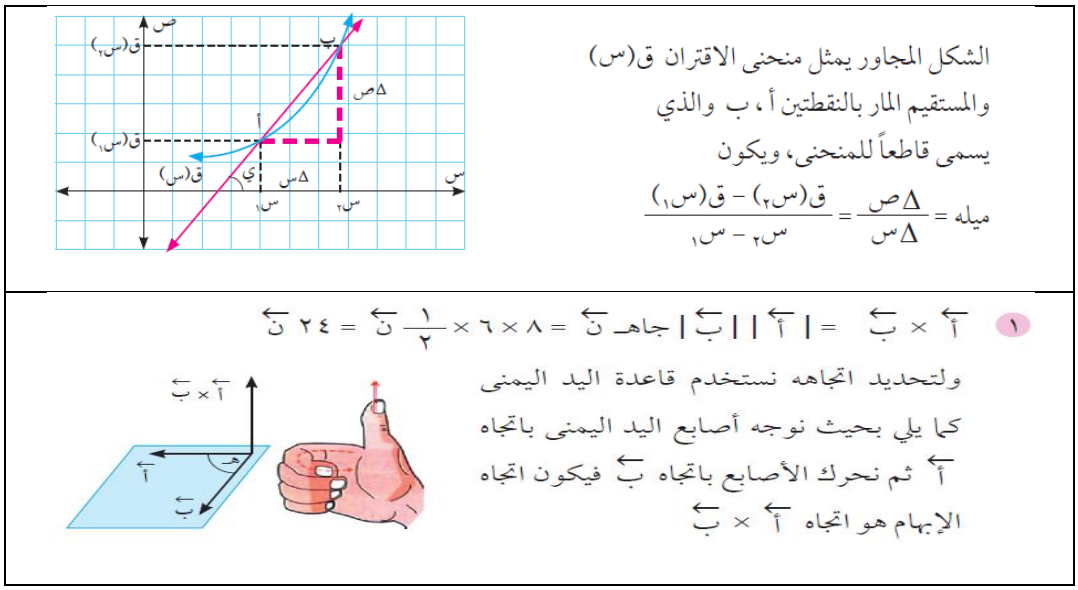
كما وأشارت النتائج الدراسة، إلى توفر جميع المؤشرات الفرعية للمعيار : "إدراك الاستدلال والبرهان كنواحٍ أساسية للرياضيات "، في جميع محتوى كتب الرياضيات الفلسطينية للمرحلة الثانوية (الأول ثانوي ، الثاني ثانوي) الفرع العلمي، وهذا يدل على مدى تركيز محتوى الكتب لهذه المرحلة على طرح مواقف في الكتاب تتطلب من الطلبة ملاحظتها وتفسيرها، وطرح أسباب منطقية لها وتبريرها، وتعطي مجال للطلبة بإبداء الرأي في كثير من القضايا (ما رأيك، ماذا تلاحظ، فسر اجابتك)، كما وتزدخر كتب المرحلة الثانوية للفرع العلمي بكثير من الفقرات والمواقف التي تطرح تساؤلات على الطلبة (لماذا، ماذا، هل، كيف) ، وهذا يدل على مدى اهتمام المحتوى بجعل الطلبة يفكرون بسببية الأمور وكيفية حصولها، كما واهتم محتوى كتب المرحلة الثانوية في كلا الجزأين بتحقق الطلبة من الحل باستخدام طرق منطقية، كما ويوسع المحتوى مدارك الطلبة بجعلهم يبحثون عن طرق حل بديلة، وهذا يوجه الطلبة للتفكير بطرق وإتجاهات مختلفة، وربط محتوى الرياضيات ببعضه البعض؛ لخروج بحل آخر منطقي وصحيح، وهذا ما أشار إليه المعلم أحمد عند إجراء المقابلة معه وسؤاله عن أكثر أوجه الإستدلال الرياضي متوافره في كتب المرحلة الثانوية للفرع العلمي، حيث قال " *بحس إنه الكتاب بطلب كثير من الطالب إنه يفسر ويشرح حتى في كثير أنشطة وتمارين مطروحة بالكتاب بتسأل عن كل خطوة للطالب لماذا ؟ ، بجوز بدهم طالب ما يبصم ويعرف انه كل خطوة حل الها*

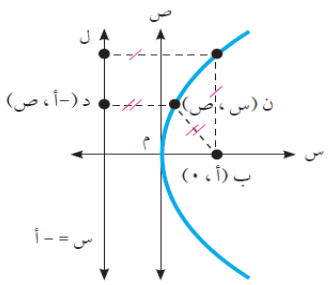
سبب "، وهذا يتوافق مع العديد من الدراسات التي بحثت في مجال الإستدلال الرياضي والبرهان في محتوى كتب الرياضيات للمرحلة الثانوية، كدراسة أوتن وآخرون (Otten,Males & Clark, 2014) والتي أجريت في الولايات المتحدة الأمريكية، حيث احتوت الكتب المدرسية على تمارين تشجع الطلبة على اصدار أحكام وتفسيرات وذلك من خلال الحكم على صحة أو خطأ عبارات رياضية وتبريرها، ودراسة هنت (Hunte, 2018) والتي أجريت في ترينداد وتوباغو فأشارت نتائج تحليل المحتوى إلى تضمين الكتب لتمارين تتطلبة من الطلبة استخدام التفكير متعدد الخطوات مع تبريرهم للخطوات التي يتخذونها، حيث احتوت التمارين على عبارة " اعط سبباً لإجابتك "، ودراسة هونغ وشوي (Hong&Choi,2008) والتي أظهرت نتائجها أن الكتب المدرسية الكورية احتوت على أمثلة وأنشطة تسمح للطلبة بالإنخراط في مهام الرياضيات وتقديم تفسيرات وتبريرات علمية .

اختلفت نتائج الدراسة الحالية مع نتائج دراسة هونغ وشوي (Hong&Choi,2008) والتي أشارت إلى أن الكتب المدرسية الثانوية في الولايات المتحدة الأمريكية تحتوي على تبريرات محدودة وذلك حتى تتيح فرصة لطلبة بحل المشاكل بأنفسهم، واختلفت أيضاً مع نتائج دراسة الرويدي (2005) حيث طبقت الدراسة على مناهج الرياضيات الفلسطينية القديمة، و أشارت النتائج إلى أن المحتوى لا يتطلب بشكل منتظم من الطلبة أن يشرحوا ويفسروا استدلالهم في المسائل والتقييمات التي يجرونها، كما واختلفت نتائج الدراسة الحالية مع دراسة قاسم و عبد العبودي (2014) على كتب الرياضيات في العراق، ظهرت نتائج تحليل المحتوى عدم تضمين التبرير والتفسير والتأكد من صحة الحل في كتب الرياضيات لهذه المرحلة .

كما ولوحظ عند تحليل كتب الرياضيات للمرحلة الثانوية الفرع العلمي مراعاتها لمراحل التمثيل المعرفي للمفاهيم الرياضية حسب برونر (Bruner(1964، وخاصة المرحلتين الأيقونية والرمزية والتي كان واضحاً

عند تقديم الكتب تفسيرات وشروحات للطلبة على شكل نصوص توضيحية مرفقة بصور توضح للطلبة المفهوم مع تقديم أسباب الرياضية ايزاء الشروحات المعروضة، مما يساعد الطلبة على الفهم والقراءة الذاتية، وهذا الأمر حظي بتركيز في كتاب الرياضيات للصف الأول ثانوي والثاني ثانوي علمي بجزأيه الأول والثاني، حيث اتفق ذلك مع المناهج الأمريكية، بحيث تقدم كتب الرياضيات المدرسية العديد من الأمثلة المشروحة التي يكون فيها الحل ظاهراً خطوة بخطوة مع تقديم بعض التفسيرات بجوار كل خطوة (Dituri,2013)، واتفقت أيضاً مع الكتب المدرسية الكورية حيث تقدم البراهين مع بيان كيفية اثباتها وبالتالي تتيح فرص للطلبة لقراءة والتعرف على البراهين المقدمة لديهم (Hong&Choi,2008) .الشكل (1-5) ، يوضح بأمثلة من الكتاب :





يلاحظ من الشكل أن القطع المكافئ متماثل حول المستقيم $\overleftrightarrow{ل}$ المار بالبؤرة ب والعمودي على الدليل ل ، ويسمى هذا المستقيم محور القطع، وتسمى النقطة م الواقعة في منتصف المسافة بين البؤرة والدليل رأس القطع، وكما تسمى المسافة بين الرأس والبؤرة بالبعد البؤري.

سنقتصر في هذه الوحدة على دراسة القطع المكافئ في الوضع القياسي، والذي يكون فيه الرأس نقطة الأصل، ومحور التماثل أحد المحورين الإحداثيين، وهناك أربعة أوضاع ينتج عنها أربع معادلات للقطع المكافئ، تختلف تبعاً لاتجاه فتحة هذا القطع.

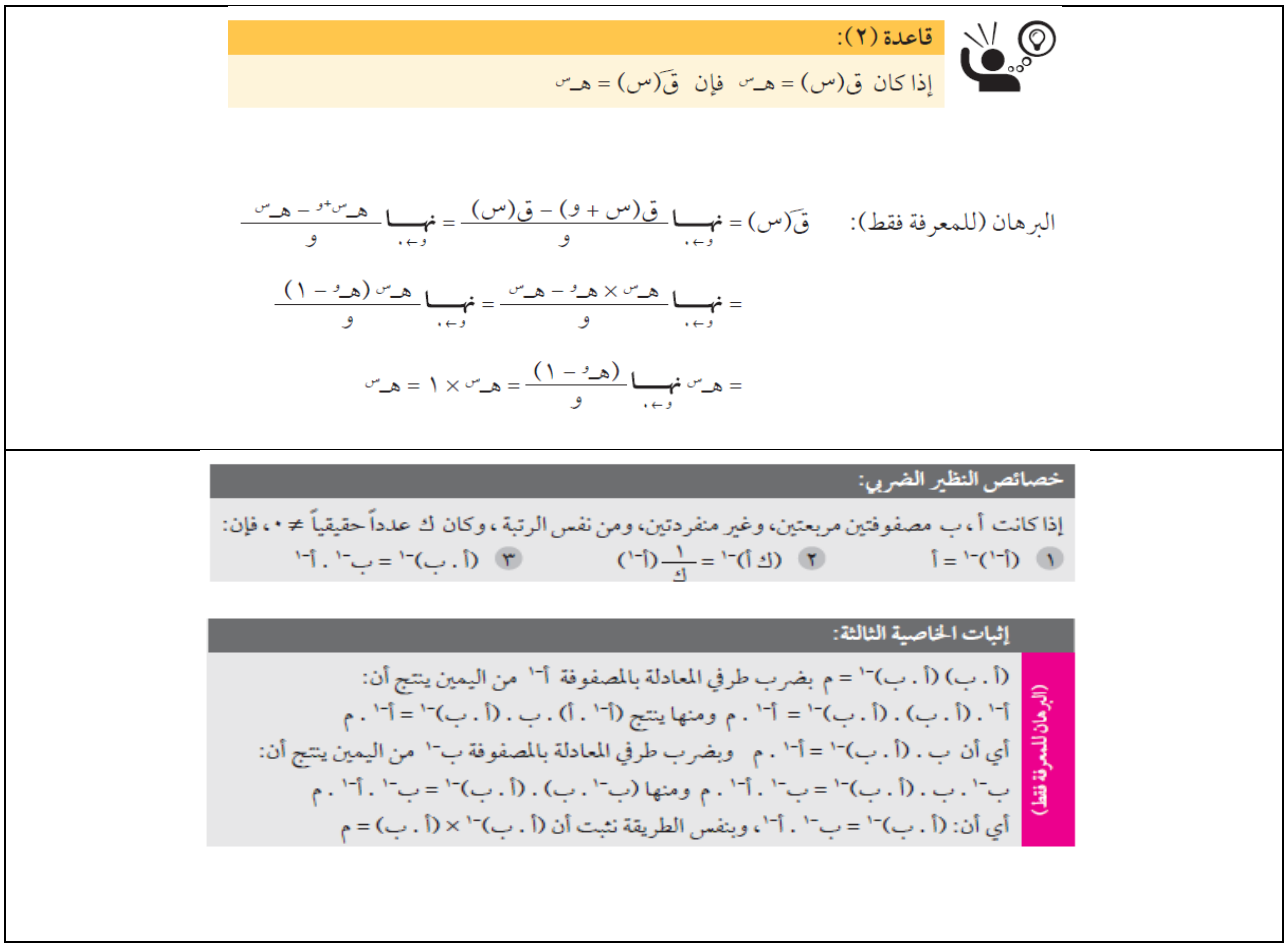
الشكل (1-5) : أمثلة من كتب الرياضيات المرحلة الثانوية (الأول ثانوي والثاني ثانوي) الفرع العلمي

على فقرات متبوعة بشرح وتفسير بصور

كما وبينت نتائج الدراسة الحالية الواردة في الفصل الرابع، أن المعيار الرئيسي " إنتقاء واستعمال أنواع متنوعة من الإستدلال وأساليب البرهان "، توفرت في جميع مؤشراته الفرعية في محتوى كتب الرياضيات للمرحلة الثانوية الفرع العلمي، وإن كان تضمين هذا المعيار بنسبة قليلة مقارنة مع المعايير الرئيسية الأخرى التابعة لمجال الإستدلال الرياضي والبرهان، حيث توفر هذا المعيار في كتاب الرياضيات للصف الأول ثانوي العلمي الجزء الثاني بنسبة (7.3%)، وظهر المعيار في كتاب الرياضيات للصف الثاني ثانوي علمي بجزأيه الأول والثاني على الترتيب : (10% ، 5.4%)، بينما ظهر المعيار في الجزء الأول من كتاب الرياضيات للصف الأول ثانوي علمي بنسبة بلغت (21.2 %)، حيث تصدر المركز الثاني بظهور بعد معيار إدراك الإستدلال والبرهان كنواح أساسية في الرياضيات، وتعزو الباحثة ذلك إلى تواجد وحدة المنطق الرياضي، حيث أغنت المحتوى بالعديد من الفقرات التي تشجع إنتقاء أنواع متنوعة من البراهين والإستدلالات، وتقديم وتطوير حجج رياضية وبراهين، و تبيّن النسب السابقة مدى محاولة كتب الرياضيات للمرحلة الثانوية الفرع العلمي بتوفير فقرات حتى لو بنسب قليلة لدعم هذا المعيار، وعدم تلاشيه في محتوى الكتب، حيث ورد في

الكتب بعض من الفقرات التي تحفز الطلبة على الإثبات والبرهنة بطرق البرهان المتنوعة (البرهان المباشر، البرهان غير المباشر، البرهان بالتناقض، الإستقراء الرياضي)، وذلك بعرضها على شكل أمثلة وأسئلة (أثبت أن، برهن أن)، كما وتم إثراء الكتب بفقرات تحفز الطلبة على التفكير انطلاقاً مما لديهم من معلومات وذلك بجعل مفتاح الحل يعتمد على خبرة سابقة كنظرية، أو قانون تناوله الطلبة في الصفوف السابقة، كما وتم استخدام التمثيل الأيقوني والرمزي حسب برونر في عرض هذا المعيار .

لكن وبالرغم من توفر جميع مؤشرات هذا المعيار في محتوى كتب الرياضيات للمرحلة الثانوية، إلا أنه لم يُعط حقه بالشكل المطلوب، والواجب لهذه المرحلة المرحلة الثانوية، حيث تواجد بنسب قليلة جداً مقارنة مع المعايير الأخرى بالشكل الذي لا يتلاءم مع خصائص المرحلة الذهنية للمرحلة الثانوية، يجب أن يتم إثراء المحتوى بفقرات متعددة تراعي مستويات الطلبة وتدعم مستويات التفكير العليا بحيث تهتم بالإثبات والبرهان والتفكير المجرد والقدرة على التعبير بطريقة رسمية، باستخدام الرموز الرياضية، لكن محتوى كتب الرياضيات للمرحلة الثانوية الفرع العلمي طرحت بعض الإثباتات وعبرت عنها بطريقة رسمية، لكن ضمن أمثلة محدودة جداً، وهذا ما وضحته نسب هذا المعيار، كما ولاحظت الباحثة عند تحليل محتوى كتاب الرياضيات للصف الثاني ثانوي علمي، إدراج بعض النظريات طُرِح إثباتها في الكتاب تحت مسمى للمعرفة فقط، وهذا ما أكد عليه المعلم محمد عند إجراء المقابلة معه وسؤاله عن مدى أهمية الإثبات في الكتب فقال " كتاب *توجيهي ما بهمو الطالب يثبت بهمو الطلبة يطبقو بس على النظرية والقانون حتى بالدورات اجتمعنا وأيدنا فكرة انه الإثبات مش مهم لطالب التوجيهي*" ، الشكل (2–5) يوضح بأمثلة من الكتاب الرياضيات للمرحلة الثانوية :



قاعدة (٢):

إذا كان ق(س) = هـ^س فإن ق`(س) = هـ^س

البرهان (للمعرفة فقط):

$$ق`(س) = \lim_{و \to 0} \frac{ق(س + و) - ق(س)}{و} = \lim_{و \to 0} \frac{هـ^{س+و} - هـ^{س}}{و}$$

$$= \lim_{و \to 0} \frac{هـ^{س} \times هـ^{و} - هـ^{س}}{و} = \lim_{و \to 0} \frac{هـ^{س}(هـ^{و} - ١)}{و}$$

$$= هـ^{س} \lim_{و \to 0} \frac{(هـ^{و} - ١)}{و} = هـ^{س} \times ١ = هـ^{س}$$

خصائص النظير الضربي:

إذا كانت أ، ب مصفوفتين مربعتين، وغير منفردتين، ومن نفس الرتبة، وكان ك عدداً حقيقياً ≠ ٠، فإن:

١ (أ^-١)^-١ = أ ٢ (ك أ)^-١ = $\frac{١}{ك}$ (أ^-١) ٣ (أ . ب)^-١ = ب^-١ . أ^-١

إثبات الخاصية الثالثة:

(البرهان للمعرفة فقط)

(أ . ب) (أ . ب)^-١ = م بضرب طرفي المعادلة بالمصفوفة أ^-١ من اليمين ينتج أن:

أ^-١ . (أ . ب) . (أ . ب)^-١ = أ^-١ . م ومنها ينتج (أ^-١ . أ) . ب . (أ . ب)^-١ = أ^-١ . م

أي أن ب . (أ . ب)^-١ = أ^-١ . م وبضرب طرفي المعادلة بالمصفوفة ب^-١ من اليمين ينتج أن:

ب^-١ . ب . (أ . ب)^-١ = ب^-١ . أ^-١ . م ومنها (ب^-١ . ب) . (أ . ب)^-١ = ب^-١ . أ^-١ . م

أي أن: (أ . ب)^-١ = ب^-١ . أ^-١، وبنفس الطريقة نثبت أن (أ . ب)^-١ × (أ . ب) = م

الشكل (2-5) : أمثلة من كتاب الرياضيات للصف الثاني ثانوي على براهين طُرِح اثباتها للمعرفة فقط

تتفق النتيجة السابقة مع نتيجة عدة دراسات، منها دراسة أجريت على الكتب المدرسية الثانوية في الولايات المتحدة الامريكية، حيث تضمن ربع الكتاب على تمارين تشجع الطلبة في إنشاء براهين هندسية، لكن تعتبر هذه النسبة محدودة في ضوء الدعوات التي حفزت على أن يكون الإستدلال والبرهان جزءاً لا يتجزأ من الرياضيات الهندسية (Otten,Males & Clark, 2014)، وتتفق أيضاً مع دراسة أجريت على الكتب المدرسية للمرحلة الثانوية في أندونيسيا والمملكة العربية السعودية حيث أظهرت نتائج تحليل محتوى الكتب إلى قلة اهتمام هذين البلدين بالإثبات وتقديم البرهان المباشر فقط في التمارين (Fan,Mailizar & Wang, 2018)، كما ولَعِبَ الإثبات والبرهان دوراً هامشياً في محتوى الكتب المدرسية للمرحلة الثانوية في هونغ

كونغ، حيث انصب تركيز الكتب على الممارسات، و حفظ المفاهيم، و الإجراءات الرياضية (Wong, 2017)، في حين اختلفت النتائج السابقة مع عدة دراسات منها دراسة أجريت على الكتب المدرسية للمرحلة الثانوية في اليابان، حيث لوحظ اهتمام الكتب على تشجيع الطلبة في بناء البراهين و تقديم البرهان المباشر في العديد من الأنشطة والتمارين العملية (Fujita & Jones, 2014)، كما أن المناهج الصينية تقدم أنواعاً متنوعة من البرهان منها: البرهان المباشر، والبرهان بالتناقض، كما وتخصص فصلاً كاملاً للإثبات الرياضي (Fan,Mailizar & Wang, 2018). والكتب المدرسية في ايرلندا تشجع الطلبة على بناء البراهين وتفسيرها(Davis, 2014)، كما أن الكتب المدرسية في السويد تتجه نحو البرهان التجريبي، بينما الكتب المدرسية الثانوية في فنلندا تتجه نحو الإثبات الإستنتاجي(Bergwall, 2019) .

كما وبينت نتائج الدراسة الحالية إلى ظهور المعيار الرئيسي " صنع التخمينات الرياضية وتقصيها " في محتوى كتب الرياضيات الفلسطينية للمرحلة الثانوية (الأول ثانوي والثاني ثانوي) الفرع العلمي على مؤشر واحد فقط " يراعي الكتاب التعبير عن التخمينات ووصف التفكير "، حيث تضمن هذا المعيار فقرات تتطلب من الطلبة التفكير، وتخمين الإجابة، ووصفها، ونقاشها، مع الزملاء في الصف، و كانت مدرجة تحت عنوان أفكر وأناقش، و أنّ مؤشر ملاحظة أنماط واستنتاج قاعدة بطريقة منطقية تواجد في وحدة المتتاليات والمتسلسلات من الجزء الثاني من كتاب الرياضيات للصف الأول ثانوي علمي، وتعزو الباحثة ذلك إلى أن وحدة المتتاليات تركز على اكتشاف أنماط لتمكن الطلبة من كتابة القاعدة التي تمثل النمط .

كما و أظهرت نتائج تحليل محتوى كتب الرياضيات للمرحلة الثانوية الفرع العلمي بأجزائها ، عن قصور في توفر بعض مؤشرات المعيار " صنع التخمينات الرياضية وتقصيها "، حيث لم تهتم كتب الرياضيات للمرحلة الثانوية بفقرات تدعم صياغة التخمينات من خلال المجموعات، وتحقق من التخمينات باستخدام تمثيلات

برونر للمعرفة (Bruner(1964 من مواد محسوسة، أو تمثيلات رمزية، وأيقونية، أو آلات حاسبة، وفحص صحة التخمينات في مواقف مختلفة، كما ولم يتوفر في الكتب أمثلة تشجع الطلبة في الدفاع عن تخميناتهم، بتقديم التبرير المناسب لها، وهذا ما أتفقت معه نتائج دراسة الرويدي (2005) من عدم تقديم المنهاج الفلسطيني القديم ما يكفي من أهداف وأنشطة لتعميق التخمين والتوقع للطلبة، واتفقت مع نتائج هذه الدراسة الكتب المدرسية الكورية والكتب المدرسية في هونغ كونغ حيث لا يتم توفير فرص للطلبة بالتحقق من التخمينات وتقصيها (wong,2017;Hong&Choi,2014)، بينما اختلفت مع نتائج الدراسات الحالية الكتب المدرسية اليابانية كونها تشجع الطلبة على التخمين، وذلك بوضعهم في بداية الدرس بمشكلة تتطلب منهم تخمين حلها، وتحقق من صلاحيته (Fujita&Jones,2014)، وكذلك الأمر بالنسبة للكتب المدرسية في كل من ترينداد وتوباغو و ايرلندا والسويد والولايات المتحدة الأمريكية، حيث تشجع الطلبة على التخمين وتحديد الأنماط (Hunte,2018;Davis,2014;Bergwall,2019;Hong&Choi,2014)

كما ونلاحظ من نتائج الدراسة أن المعيار الرئيسي " تطوير وتقيمم حجج رياضية وبراهين " توفر بنسبة مئوية جعلته يتصدر المركز الثاني بعد المعيار "إدراك الإستدلال والبرهان كنواح أساسية للرياضيات" ، حيث بلغت نسبته (21.2 %) في كتاب الرياضيات للصف الأول ثانوي علمي الجزء الأول، وتعزو الباحثة ذلك إلى توفر معظم مؤشرات المعيار الفرعية في محتوى الكتاب، حيث تميز الجزء الأول من كتاب الرياضيات للصف الأول ثانوي علمي بوجود المؤشرين الفرعيين واحتواء الكتاب على أمثلة وأسئلة تدعم النقاش الصفي للطلبة، و يراعي الكتاب طرح حجج رياضية، بالإضافة إلى إثرائه بمؤشرين فرعيين آخرين تابعين للمعيار ذاته وهما : يراعي الكتاب بناء سلسلة مركبة نسبياً من الإستدلال مع تقديم أسباب رياضية، و يراعي الكتاب إيجاد أمثلة مضادة، حيث أنّ محتوى الكتاب يشجع على توفر هذين المؤشرين، ففي وحدة المنطق والبرهان

ظهر العديد من الأمثلة المحلولة بسلسلة من الخطوات الاستدلالية مع تقديم أسباب رياضية، متبوعة بتمثيلات أيقونية، ورمزية، كما وحث الكتاب الطلبة على تقديم الأمثلة المضادة في درس العبارات المسورة تسويراً كلياً وجزئياً حيت كان على الطلبة ايجاد مثال واحد مضاد للحكم على مدى صواب أو خطأ العبارة، وهذا ما اتفقت معه الكتب المدرسية للمرحلة الثانوية في اليابان و هونغ كونغ، حيث تضمن محتوى الكتب على تمارين تشجع الطلبة على إيجاد أمثلة مضادة (Fujita&Jones,2014;Wong,2017)، في حين أن الكتب المدرسية في كل من الصين وأندونيسيا والمملكة العربية السعودية لم تحتوي على تمارين تحفز الطلبة على ايجاد أمثلة مضادة (Fan,Mailizar&Wang,2018) .

كما و يوفّر المؤشران الفرعيان من المعيار " تطوير وتقيمم حجج رياضية وبراهين" وهما : احتواء الكتاب على امثلة واسئلة تدعم النقاش الصفي للطلبة، و يراعي الكتاب طرح حجج رياضية، في كتب المرحلة الثانوية (الأول ثانوي ، الثاني ثانوي) الفرع العلمي، حيث ازدخرت الكتب بالعديد من الفقرات التي تدعم النقاش الصفي، وتحفزه بين الطلبة؛ لمقارنة أفكارهم بأفكار الآخرين، كأسئلة أفكر وأناقش، ومن جانب آخر اهتم الكتاب بطرح بعض القضايا التي تستوجب من الطلبة طرح حجج رياضية لبيانها، وتوضيحها، وتبريرها، بطرق منطقية (بَيّن ذلك)، وهذا ما اتفقت معه الكتب المدرسية للمرحلة الثانوية في كل من اليابان والولايات المتحدة الأمريكية و هونغ كونغ وايرلندا وترينداد وتوباغو، حيث يوفر الكتاب للطلبة تمارين تشجعهم على تقديم حجج رياضية استنتاجية. (Otten&etal,2014;Fujita&Jones,2014;Hunte,2018;Wong,2017;Davis,2014;Hong&Choi,2008).

بينت نتائج تحليل المحتوى لكتب الرياضيات للمرحلة الثانوية في كلا الجزأين على قصور احتوئها على بقية مؤشرات المعيار الرئيسي " تطوير وتقييم حجج رياضية وبراهين"، حيث لم يتوفر بمحتوى الكتب طرح أسئلة على الطلبة "هل ينجح ذلك (دائما ، أحياناً ، أبداً) ولماذا ؟"، كما ولا تراعي الكتب تبرير الإدعاءات وتقييمها، وهذا ما توافقت معه دراسة الرويدي(2005) حيث أشارت إلى أن المناهج الفلسطينية ذات الإصدار القديم توفرت بها أمثلة تشجع الطلبة على تقديم حجج رياضية، لكن لا يمتلك الطلبة القدرة بتقييم حججهم أو حجج الآخرين، كما واختلفت مع هذه النتائج الكتب المدرسية في الولايات المتحدة الأمريكية حيث تشجع الطلبة على تقديم الإدعاءات وتبريرها وتفسيرها (Otten & et.al, 2014).

تلاحظ الباحثة من خلال نتائج الدراسة، أن كل وحدة دراسية مطروحة في كتب الرياضيات للمرحلة الثانوية (الأول ثانوي، الثاني ثانوي) الفرع العلمي، ركزت على جانب معين من أوجه الاستدلال الرياضي والبرهان بما يتناسب مع الموضوع المطروح فيها.

حيث نلاحظ من نتائج الجدول (7–4)، أن الصف الأول ثانوي بجزأيه: الأول، والثاني، كل وحدة فيه اهتمت بمعيار رئيسي معين من الإستدلال الرياضي والبرهان حيث أغنته بالأمثلة، والأنشطة في محتواها، و توفر معيار " انتقاء واستعمال أنواع متنوعة من الإستدلال وأساليب البرهان " في وحدة المنطق الرياضي، وذلك لأن محتوى الوحدة غني بالبراهين المتنوعة منها البرهان المباشر، غير المباشر، التناقض، الإستقراء الرياضي، كما وحفزت الطلبة على التفكير انطلاقاً مما لديهم من خبرات ومعلومات سابقة، في حين أن وحدة المتباينات والمتسلسلات ركزت على معيار " صنع التخمينات وتقصيها وتحديداً مؤشر ملاحظة أنماط و استنتاج قاعدة بطريقة منطقية"؛ وذلك بسبب طبيعة وحدة المتتاليات التي تحفز الطلبة على ملاحظة الأنماط

واستنتاج القاعدة التي تعبر عنه، في حين وحدة الإحتمالات اهتمت" بصنع التخمينات وتقصيها"،" وإدراك الاستدلال الرياضي والبرهان كنواحٍ أساسية للرياضيات".

أما بقية الوحد الدراسية (المتجهات والهندسة الفراغية، المعادلات والمتباينات، القطوع المخروطية، النهايات والإتصال)، كان لمعيار " إدراك الإستدلال الرياضي والبرهان كنواحٍ أساسية" التركيز الأكبر في الوحدة .

كما نلاحظ من جدول (14-4) ، أن الوحدات الدراسية التابعة لكتاب الرياضيات للصف الثاني ثانوي علمي بجزأيه كان التركيز الكبير في جميع الوحد قائم على معيار" إدراك الإستدلال الرياضي والبرهان كنواحٍ أساسية للرياضيات" .

نلاحظ من السابق تركيز كتب الرياضيات للمرحلة الثانوية (الأول ثانوي والثاني ثانوي) الفرع العلمي على معيار " إدراك الإستدلال والبرهان كنواحٍ أساسية للرياضيات " ، و " إنتقاء واستعمال أنواع متنوعة من الاستدلال وأساليب البرهان " وذلك بظهور جميع مؤشراتها في محتوى الكتب، أما بالنسبة لمعيار " صنع التخمينات الرياضية وتقصيها " فقد ظهر المؤشر " فقد راعى الكتاب التعبير عن التخمينات ووصف التفكير " في كتب الرياضيات للمرحلة الثانوية جميعها، بينما أظهرت نتائج التحليل إهمالاً لبقية مؤشرات هذا المعيار وهم " التحقق من التخمينات، فحص صحة التخمينات في مواقف مختلفة، الدفاع عن التخمينات بتقديم المبررات المناسبة"، أما بالنسبة لمعيار" تطوير وتقييم حجج رياضية وبراهين "، فقد ظهر المؤشران " احتواء الكتاب على أمثلة وأسئلة تدعم النقاش الصفي"، و"يراعي الكتاب طرح حجج رياضية" في جميع محتوى كتب الرياضيات للمرحلة الثانوية الفرع العلمي، بينما أظهرت نتائج التحليل عن قصور تواجد بقية المؤشرات التابعة لهذا المعيار" يراعي الكتاب بناء سلسلة مركبة نسبياً من الإستدلال مع تقديم أسباب رياضية"،" يراعي الكتاب إيجاد أمثلة مضادة"،" طرح أسئلة على الطلبة هل ينجح ذلك دائماً، أحياناً، أبداً"،" تبرير الإدعاءات

وتقييمها "، كما و يلاحظ من نتائج تحليل المحتوى ظهور هذه المعايير مع مؤشراتها التابعة لها، بتمثيلات برونر الأيقونية والرمزية، ولم تظهر التمثيلات الحسية، ويعود الأمر في ذلك إلى أن طلبة المرحلة الثانوية حسب بياجيه تعدّوا مرحلة التعامل مع الواقع المادي الملموس.

توصيات الدراسة

من خلال نتائج الدراسة ومناقشتها توصي الباحثة بعدة أمور منها :

– ضرورة تدريب المعلمين من خلال الدروات التدريبية، بخصائص المرحلة التي يدرسونها، وما هي طبيعة العمليات الذهنية التي يتقنوها، وبناءً عليه يتم التعامل مع الطلبة بآلية تدريس مناسبة لهم، وتنمي قدراتهم .

– ضرورة توعية المعلمين بمعايير المجلس الوطني (NCTM) الخاصة بالمرحلة التي يدرسونها من خلال الدورات التدريبية، والتركيز على المعايير التي لم يُغنها الكتاب؛ ليقوم المعلم بسد الثغرة باستخدام أساليب تدريس ملائمة للمرحلة التي يدرسونها .

– إجراء دراسة تحوي مشاهدات الصفية للمعلمين، وذلك لرؤية مدى انسجام ما جرى بالمقابلات مع ما تم مشاهدته .

–إغناء الطبعة الجديدة من كتب الرياضيات للمرحلة الثانوية (الأول ثانوي، الثاني ثانوي) الفرع العلمي، بفقرات تسد النقص في بعض مؤشرات مجال الإستدلال الرياضي والبرهان الخاصة بمعايير NCTM، والتي لم يتطرق لها الكتاب كعمل مجموعات لإكتشاف التخمينات والتحقق منها، و تبرير الإدعاءات من خلال حالات محددة .

– مراعاة الإتزان في التمثيل النسبي بين المعايير الرئيسية التابعة لمجال الإستدلال الرياضي والبرهان، وتقديمها في محتوى كتب الرياضيات على شكل فقرات تتلاءم مع مستوى الطلبة .

– اعداد دراسة مماثلة للدراسة الحالية لصفوف– التاسع والعاشر –باعتبارها مرحلة تمهيدية للمرحلة الثانوية .

تأملات الدراسة

اتُبع في هذه الدراسة المنهج الكيفي، والذي يتيح من خلاله فحص أوجه الإستدلال الرياضي التي يركز عليها معلمو الرياضيات، كما ويمكننا من تحليل محتوى كتب الرياضيات للمرحلة الثانوية (الأول ثانوي، الثاني ثانوي) الفرع العلمي، حيث اختيرت المرحلة الثانوية؛ لأنها مرحلة تمهيدية لدخول الجامعة، كما وأن الفرع العلمي فرع مهم يتكون من مواد بحاجة إلى وجود الإستدلال الرياضي والبرهان بها، كالرياضيات والفيزياء والكيمياء .

أجريت مقابلات شبه مفتوحة مع أربعة من معلمي الرياضيات المرحلة الثانوية، اثنان منهم ذكور ولديهم خبرة سنوات طويلة بتدريس الرياضيات للمرحلة الثانوية، واثنتان من المعلمات الحاصلات على الماجستير في الرياضيات لكن لديهم سنوات قليلة في تدريس المرحلة الثانوية، وتم اختيار المشاركين بشكل قصدي حيث كان من المفترض اجراء مقابلة مع المعلمتين فقط، لكن اتجهت الباحثة للبحث عن مشاركين ذكور، ومشاركين يحملون سنوات طويلة بالتدريس لرؤية وملاحظة الفرق بالتدريس، فتم اختيار المعلمتان الآخرين لاستيفائهم المطلوب .

كانت الباحثة تنوي إجراء مشاهدات صفية بالإضافة إلى المقابلات، وذلك لمقارنة ما يجري بالمقابلات مع ما تشاهده بالحصص الصفية، لتكون النتائج الخاصة بالمعلمين أكثر مصداقية، لكن بسبب الظروف التي أدت إلى اغلاق المدارس الحكومية، والخاصة؛ بسبب فايروس كورونا (COVID-19)، اضطرت الباحثة لتعديل الأداة لتحوي فقط المقابلات عبر الهاتف الخليوي، وتحليل المحتوى .

ووجهت بعض الصعوبات في تحليل المحتوى، لوجود بعض المؤشرات القريبة من بعضها كمؤشر" يعرض الكتاب مواقف بحاجة إلى تفسير وتبرير"، وأيضاً مؤشر "يطرح الكتاب تساؤلات لماذا، كيف، هل، ماذا "، ولكن بعد تفكير وتأمل تم اختيار المؤشر الأقرب، حيث ساعد على ذلك استخدام كلمات مفتاحية لتسهيل الحكم على الفقرة واختيار المؤشر المناسب، فمثلاً اذا تضمنت الفقرة كلمات مثل " فسر، اشرح، برر " يتم الحكم عليها بالمؤشر " يعرض الكتاب مواقف بحاجة إلى تفسير وتبرير"، وإذا تضمنت الفقرة كلمات مثل لماذا، هل، كيف، ماذا، فيتم الحكم عليها بالمؤشر "يطرح الكتاب تساؤلات لماذا، كيف، هل، ماذا "، والشكل (3-5) يوضح بأمثلة من الكتاب على مثل هذان المؤشران :

٦ إذا كان ق(س) = س^{٢} ، هـ(س) = [٢س]

أولاً: جد: أ ق$'$(٠) ب هـ$'$(٠)

جـ (ق × هـ)$'$(س) د (ق × هـ)$'$(٠)

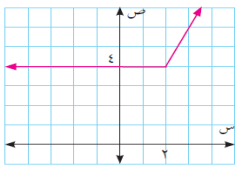
ثانياً: هل هذا يتناقض مع قاعدة مشتقة حاصل ضرب اقترانين؟ فسّر إجابتك.

أمثلة من كتاب الصف الثاني ثانوي علمي بجزأيه على مؤشر" يعرض الكتاب مواقف بحاجة إلى تفسير وتبرير"

مثال ٤ : إذا كان ق(س) = $\begin{cases} ٢س & ، س \leq ٢ \\ ٤ & ، س > ٢ \end{cases}$ ، جد ق$'$(٢)

الحل : ق(س) متصل على مجاله (تحقق من ذلك)، ومنها يكون

ق$'$(س) = $\begin{cases} ٢ & ، س < ٢ \\ ٠ & ، س > ٢ \end{cases}$



أما عند س = ٢ فنبحث بالمشتقة عن يمينها وعن يسارها

فتكون ق$'$(٢)$^{+}$ = ٢ ، ق$'$(٢)$^{-}$ = ٠ ، ومنها ق$'$(٢) غير موجودة. (لماذا؟)

أمثلة من كتاب الصف الثاني ثانوي علمي بجزأيه على مؤشر" يطرح الكتاب تساؤلات لماذا، كيف، هل، ماذا "

الشكل(3-5) : أمثلة من كتاب الصف الأول ثانوي علمي بجزأيه على مؤشرات المعيار " إدراك الإستدلال والبرهان كنواحٍ أساسية للرياضيات".

وأحياناً الفقرة في الدرس لا تساعد بالحكم الواضح عليها، لذلك كانت الباحثة تحاول حل الأسئلة الدروس والأنشطة بنفسها، بحيث تقارن خطوات الحل والتفكير بالسؤال بالمؤشرات التابعة للمعايير الرئيسية الخاصة بالإستدلال الرياضي والبرهان، و أن بعض الفقرات تم الحكم عليها بثلاثة من المؤشرات كفقرة أفكر وأناقش؛ حيث أنها تشجع الطلبة على التخمين ووصف التفكير ومناقشته مع الطلبة .

المراجع

المراجع العربية :

ابراهيم،عزيز .(2009).**التفكير الرياضي وحل المشكلات**.ط1، عالم الكتب : القاهرة،مصر

ابراهيم،نعمة.(2011).الاستقراء وحساب الاحتمالات :دراسة في اثبات الدليل الاستقرائي.**مجلة مركز دراسات الكوفة**،327-341

أبو جادو،صالح.(2009).علم النفس التربوي .عمان،الأردن:دار المسيرة للنشر والتوزيع والطباعة

أبوجادو، صالح محمد .(1998) **علم النفس التربوي** .عمان :دار الميسرة

أبو زينة،فريد،عباينة،عبد الله.(2010).مناهج تدريس الرياضيات للصفوف الأولى.الأردن: دار المسيرة للنشر والتوزيع والطباعة

أبو الشيخ،مصطفى،الدهر ،محمود.(1991).المنحى العلمي في التعليم وربط المعرفة في الحياة.**مجلة رسالة المعلم** ،العدد(2)،وزارة التربية:عمان،الأدرن

أبو سكران،محمد.(2018).درجة توافر العمليات الرياضية في محتوى كتب الرياضيات الفلسطينية الجديدة للصفوف (6-8) من المرحلة الأساسية.**مجلة الجامعة الإسلامية للدراسات التربوية والنفسية**،**27**،**(1)**،185-211

أبو غزال، معاوية محمود.(2006).**نظريات التطور الانساني وتطبيقاتها التربوية**.عمان، الأردن:دار المسيرة للنشر والتوزيع والطباعة.

بدير، كريمان.(2007).الأسس النفسية لنمو الطفل.عمان ،الأردن ،دار المسيرة لنشر والتوزيع والطباعة

البكري،أمل،الكسواني،عفاف.(2001).**أساليب تعليم العلوم والرياضيات**.ط1،دار الفكر:عمان

بياجيه،جان.(1986).**التطور العقلي لدى الطفل**.ترجمة سمير علي.بغداد: دار ثقافة الأطفال

التميمي،عبد الرحمن.(2017) مدى اتساق كتاب الرياضيات للصف الثالث المتوسط في المملكة العربية السعودية حسب المعايير العالمية للعمليات والمحتوى NCTM.**المجلة الدولية التربوية المتخصصة**،**6(3)**،160-170

جرار،تهاني.2018.**أثر استخدام القوة الرياضية في التفكير الإبداعي والاستدلال المنطقي لدى طلبة الصف العاشر** .رسالة ماجستير غير منشورة.كلية التربية،جامعة القدس:القدس،فلسطين

حسين،عبد الهادي.(2003).**تربويات المخ البشري**:دار الفكر،عمان

حسين ، محمد عبد الهادي .(2005).**الاكتشاف المبكر لقدرات الذكاءات المتعددة** ، ط1، دار الفكر ، عمان.

حمادات ، محمد حسن .(2009).**منظومة التعليم وأساليب التدريس**.ط1، دار العلم ،دبي

دافيدوف،لينـــــــدال.(1983).**مـــــــــدخل علـــــــــم الـــــــــنفس**.ترجمـــــــة أبوحطب،فؤاد،الطواب،سيد،عمر،محمود،خرام،نجيب،ط3:القاهرة،مصر :منشورات مكتب التحرير

الربيعي،ايمان.(2013).**فاعلية برنامج تعليمي وفق الذكاءات المتعددة في فهم واكتساب المفاهيم الرياضية والاستدلال الرياضي لدى طالبات الصف الثاني المتوسطة.** رسالة دكتوراة غير منشورة.جامعة بغداد،بغداد،العراق

الرمامنة،عصري،أبو لوم،خالد،الحياصات،محمد،الكريمين،رائد.(2015).تحليل محتوى القياس وفق معايير NCTM 2000 الخاصة بالعمليات الرياضية في كتب الرياضيات المرحلة الأساسية من الصف الأول إلى الصف الرابع في الأردن.-**Majallat Jāmi'at Filasṭīn lil-Abḥāth wa-al-Dirāsāt**،**5(2)**،1-32

الرويدي،فكرية.(2005).**مقارنة الاستدلال الرياضي في المناهج الفلسطينية بمعايير المجلس الوطني لتعليم الرياضيات (NCTM) لسنة 2000.** رسالة ماجستير غير منشورة.كلية التربية،جامعة بيرزيت،بيرزيت،فلسطين

الزعبي،طلال،السلامات،إبراهيم.(2009).مستوى الاستدلال العلمي لدى طلبة كلية العلوم في جامعة الحسين بن طلال وتأثره بتغيرات الجنس والمستوى الدراسي والتخصص.مجلة **جامعة النجاح للأبحاث(العلوم الإنسانية).23(2)**،402-437

الزيات ، فتحي مصطفى .(2006). **الأسس المعرفية للتكوين العقلي وتجهيز المعلومات** .ط2، دار النشر للجامعات ، القاهرة.

زيتون ، كمال عبد الحميد . (2004).**تدريس العلوم للفهم رؤية بنائية** .عالم الكتب ، القاهرة .

سالم،عبد الحكيم.(2008).**تطوير مناهج الرياضيات في المرحلة الأساسية الدنيا(1-4) في فلسطين في ضوء احتياجات المجتمع الفلسطيني المعاصرة**.رسالة دكتوراه منشورة .معهد البحوث والدراسات العربية ،القاهرة،مصر

سعيد،جبر.(2008).**سيكولوجية التفكير والوعي بالذات**.اربد،الأردن:عالم الكتب الحديث للنشر والتوزيع

السواعي ، عثمان نايف .(2004) . **معلم الرياضيات الفعال** . ط1، دار العلم ، دبي

طعيمة،رشدي.(2004).**تحليل محتوى في العلوم الإنسانية :مفهومه ، أسمه،استخدامه**،مصر: دار الفكر العربي.

العاصي،اسلام.(2018).**مدى تضمين كتب الرياضيات المطورة للصفين الثالث والرابع الأساسي لمعايير المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات NCTM** .رسالة ماجستير غير منشورة.كليةالتربية،الجامعة الإسلامية:غزة،فلسطين

العبيدان،عبد الله ،الزعبي،علي.(2014). تحليل كتاب الرياضيات للصف الرابع في المملكة العربية السعودية في ضوء معايير NCTM.**دراسات العلوم التربوية،41(1)**،317-332

العجين ، أشرف .(2011).**تقويم محتوى مناهج الرياضيات الفلسطينية في ضوء بعض المعايير العمليات المجلس القومي لمعلمي الرياضيات** .رسالة ماجستير غير منشورة .جامعة الأزهر : غزة ، فلسطين .

عريفج،سلطي،سليمان،نايف.(2010).طرق تدريس الرياضيات والعلوم.ط1:دار الصفاء للنشر والتوزيع،عمان

علي،ابراهيم.(2008).**التفكير الناقد بين النظرية والتطبيق**،بغداد:مكتب نور الزهراء للطباعة والنشر

عمر،معاذ.(2011). **تحليل كتب الرياضيات للصفوف السادس والسابع والثامن في فلسطين في ضوءمعايير العالمية NCTM**.رسالة ماجستير غير منشورة.كلية التربية ، جامعة القدس:القدس،فلسطين

العواملة ، حابس، مزاهرة ، أيمن (2003).**سيكولوجية الطفل علم النفس النمو** ، ط1 ، الأهلية للنشر والتوزيع ، عمان ، الأردن

عيسى،هبة.(2017).مهارات الاستدلال المنطقي وفقاً لنظرية (بياجيه) في التطور المعرفي لدى طلبة المرحلة الإعدادية .**مجلة العلوم النفسية والتربوية،5(2)**،302-326

غانم،محمد(1995).التفكير عند الطفل وتطوره وطرق تعليمه ،ط1: دار الفكر ،عمان

قاسم،بشرى،العبودي،أحمد. (2014). تحليل محتوى كتب الرياضيات في المرحلة الابتدائية في ضوء معايير المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM,2000) .**مجلة العلوم الانسانية،1(21)**،295-308

قطامي،محمود .(2000).**سايكولوجية التعلم الصفي**.ط1:دار الشروق،عمان

محمد، عادل عبد الله .(1992) **النمو العقلي للطفل** .القاهرة :الدار الشرقية.

محمود ، صلاح الدين عرفة . (2006).**تفكير بلا حدود (رؤى تربوية معاصرة في تعليم التفكير وتعلمه)**.ط1، عالم الكتب ، القاهرة

المراغي، السيد.(2007).**التربية العلمية والتطور العقلي**.القاهرة،مصر : الجمعية المصرية للتربية العلمية

مصطفى،فهيم.(2005).الطفل ومهارات التفكير في رياض الأطفال والمدرسة الابتدائية.القاهرة:دار الفكر العربي

المنصور،غسان.(2012).الاستدلال المنطقي وعلاقته بحل المشكلات.مجلة جامعة دمشق

،دمشق،سوريا،28(1)،107-120

الهالول،اسماعيل،أبو جحجوح،يحيى.(2011).الاستدلال المنطقي لدى طلبة التربية في جامعة الأقصى – غزة.**مجلة الأزهر بغزة ، سلسلة العلوم الإنسانية،13**(2)،333-362

الهلول، اسماعيل.(2010).واقع أداء المعلم الأساسي والمساند لبعض المقررات الدراسية في ضوء نظرية برونر للبنية المعرفية من وجهة نظر المتعلمين بمحافظة مدارس شمال غزة.**مجلة الأقصى – سلسلة العلوم الانسانية ، 14**(1)،219-249

همشري،أحمد.(2001).**مدخل إلى التربية**.ط1:دار الصفاء،عمان

واردزورث،بي جي.(1990).**نظرية بياجيه في الاتقاء المعرفي**.ترجمة فاضل الازير جاوي وآخرون.بغداد:دار الشؤون الثقافية.

وزارة التربيـــة والتعلـــيم العـــالي.(2016).ككتـــاب الرياضـــيات الصـــف الأول ثـــانوي علمـــي (ط.1).رام الله،فلسطين:مطبعة الأيام

النجدي، أحمد وآخرون .(2005).**اتجاهات حديثة في تعليم العلوم في ضوء المعايير العالمية وتنمية التفكير والنظرية البنائية** . ط1 ، دار الفكر العربي ، القاهرة .

نشواتي، عبد .(1986) **علم النفس التربوي** .الأردن :دار الفرقان.

المراجع الأجنبية :

Ayele, M. A. 2017. Mathematics Teachers' Perceptions on Enhancing Students' Reasoning Skills in Mathematics. **British Journal of Education, Society & Behaviorual Science**, **19**(2): 1-12.

Baden, M., & Major, C. (2013).**Qualitative research: The essential Guide to theory and practice**. Milton Park, Abingdon, Oxon: Routledge

Barnett, M., Wagner, H., Gatling, A., Anderson, J., Houle, M., & Kafka, A. (2006). The impact of science fiction film on student understanding of science. **Journal of Science Education and Technology, 15**(2), 179-191.

Bergwall, A. (2019). Proof-related reasoning in upper secondary school: characteristics of Swedish and Finnish textbooks. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology,** 1-21.

Bergwall, A., & Hemmi, K. (2017). The state of proof in Finnish and Swedish mathematics textbooks–capturing differences in approaches to upper secondary integral calculus. **MathematicalThinking and Learning, 19**(1), 1–18.

Bozkuş, F., & Ayvaz, Ü. (2018). MIDDLE SCHOOL MATHEMATICS TEACHERS'KNOWLEDGE OF MATHEMATICAL REASONING. **European Journal of Education Studies,4(9),**pp16-34

Bragg,L.,A., Herbert, S., (2018). What can be learned from teachers assessing mathematical reasoning: A case study. **Mathematics Education Research Group of Australasia**, pp. 178185. Auckland: MERGA.

Brahier,Daniel,J.(2009).**Teaching Secondary and Middle School Mathematics**.Person Education,inc

Bransford, J. D., Brown, A. L., & Cocking, R. R. (2000). **How people learn** (Vol. 11). Washington, DC: National academy press.

Braun, V., & Clarke, V. (2006). **Using thematic analysis in psychology**. **Qualitative Research in Psychology**,3(2), 77-101. doi:10.1191/1478088706qp063oa

Bruner, J. S. (1964). The course of cognitive growth. **American Psychologist, 19**(1), 1–15. https://doi.org/10.1037/h0044160

Creswell, J. W. (2013). **Qualitative inquiry and research design**: choosing among five approaches. Los Angeles: SAGE Publications.

Davidson, A., Herbert, S., & Bragg, L. A. (2019). Supporting elementary teachers' planning and assessing of mathematical reasoning. **International Journal of Science and Mathematics Education, 17**(6), 1151-1171.

Davis, J. D. (2014). Reasoning-and-proving within Ireland's reform-oriented national syllabi. **The Mathematics Enthusiast, 11**(3), 665-706.

Dituri,P.C.(2013). **Proof and reasoning in secondary school algebra textbooks**(Doctoral dissertation, Teachers College).

Fan, L., Mailizar, M., Alafaleq, M., & Wang, Y. (2018). A Comparative Study on the Presentation of Geometric Proof in Secondary Mathematics Textbooks in China, Indonesia, and Saudi Arabia. **In Research on Mathematics Textbooks and Teachers' Resources** (pp. 53-65). Springer, Cham.

Ferrini-Mundy, J. (2000). Principles and standards for school mathematics: A guide for mathematicians. **Notices of the American Mathematical Society, 47**(8).

Flegas, K., & Charalampos, L. (2013). Exploring Logical Reasoning and Mathematical Proof in Grade 6 Elementary School Students. **Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education,13(1)**,70-89

doi:10.1080/14926156.2013.75832

Fujita, T., & Jones, K. (2014). Reasoning-and-proving in geometry in school mathematics textbooks in Japan. **International Journal of Educational Research**, *64*, 81-91.

Herbert, S., Widjaja, W., Bragg, L. A., Loong, E., & Vale, C. (2016). Professional learning in mathematical reasoning: Reflections of a primary teacher. **Mathematics Education Research Group of Australasia**. pp. 279–286. Adelaide: MERGA

Herbert,S.(2014).A Framework for Teacher's knowledge of mathematical Reasoning.**Mathematics Educations Research Group of Australasia**. pp. 702–705. Sydney: MERGA

Holton, D., Stacey, K., & FitzSimons, G, (2012). **Reasoning: A Dog's tale**. **Australian Mathematics Teacher, 68**(3), 22.

Hong, D. S., & Choi, K. M. (2018). Reasoning and Proving Opportunities in Textbooks: A Comparative Analysis. **International Journal of Research in Education and Science, 4**(1), 82-97.

Hunte, A. A. (2018). Opportunities for Reasoning and Proving in Geometry in Secondary School Textbooks from Trinidad and Tobago. In **International Perspectives on the Teaching and Learning of Geometry in Secondary Schools** (pp. 39-58). Springer, Cham.

İmamoğlu, Y., & Toğrol,A.Y.(2010).Freshmen and senior teaching science and mathematics student's proving pattern and conceptualizations of the

nature and role of proof in school mathematics. **International Journal for Cross-Disciplinary Subjects in Education, 1**(2), 79-87

Kilpatrick, J. Swafford, J. & Findell, B. (eds.), 2001. Adding it up: Helping children learn mathematics. Mathematics Learning Study Committee, Center for Education, Division of Behavioral and Social Sciences and Education, National Research Council. Washington, DC: National Academy Press.

Knuth, E. J. (2002). Secondary school mathematics teachers' conceptions of proof. **Journal for research in mathematics education**, 379-405

Knuth, E. J. (2002). Teachers' conceptions of proof in the context of secondary school mathematics. **Journal of Mathematics Teacher Education**, *5*(1), 61-88.

Lefa,B.(2014).THE PIAGET THEORY OF COGNITIVE DEVELOPMENT : AN EDUCATIONA IMPLICATIONS.**EDUCATIONAL PSYCOLOGY,1**(1),298-396

Loong, E. Y. K., Vale, C., Bragg, L. A., & Herbert, S. (2013). Primary School Teachers' Perceptions of Mathematical Reasoning. **Mathematics Education Research Group of Australasia,** pp466-473

Loong, E., Vale, C., Herbert, S., Bragg, L. & Widjaja, W. (2017). Tracking change in primary teachers' understanding of mathematical reasoning through demonstration lessons. **Mathematics Teacher Education and Development**, **19(1),** 5-29.

Loong, E., Vale, C., Herbert, S., Bragg, L. ,Widjaja,W.& Davidson,A.(2018). Developing a Rubric for Assessing Mathematical Reasoning: A Design-Based Research Study in Primary Classrooms. **Mathematics Teacher Education and Development** ,pp. 503510. Auckland: MERGA

Maxwell, J. A. (2005). **Qualitative research design**: an interactive approach (2nd ed.) Thousand Oaks: SAGE Publ.

Mcleod, S. A. (2008). Bruner. Simply Psychology Retrieved January 20, 2012, from http://www.simplypsychology org/bruner.html

National Council of Teachers of Mathematics (Ed.), 2000. **Principles and standards for school mathematics (Vol. 1)**. National Council of Teachers

Ojose,B.(2008).Applying piaget's Theory of cognitive Development to Mathematics Instruction.**The Mathematics Educator**,vol(18),26-30

Otten, S., Gilbertson, N., Males, L., & Clark, D. (2014). The mathematical nature of reasoning – and – proving opportunities in geometry textbooks. **Mathematical Thinking and Learning, 16**(1), 51–79.

Piaget, J. (1983). **Piaget's theory**. P. Mussen (ed). Handbook of Child Psychology. 4th edition. Vol. 1. New York: Wiley.

Shaughnessy, M., Chance, B. L., Kranendonk, H., & National Council of Teachers of Mathematics. (2009). **Focus in high school mathematics: Reasoning and sense making in statistics and probability**. Reston: National Council of Teachers of Mathematics.

Seifert,K.,Sutten,R.(2009).**Educational Psychology**(2nded):The Jacobs Foundation,Zurich, Switzerland.

Stylianides, G. J., Stylianides, A. J., & Shilling-Traina, L. N. (2013). PROSPECTIVE TEACHERS'CHALLENGES IN TEACHING REASONING-AND-PROVING. **International Journal of Science and Mathematics Education**, **11**(6), 1463-1490.

Stylianides, G. J. (2009). Reasoning-and-proving in school mathematics textbooks. **Mathematical Thinking and Learning, 11**, 258–288

Stylianides,G.,J.,(2007). INVESTIGATING THE GUIDANCE OFFERED TO TEACHERS IN CURRICULUM MATERIALS: THE CASE OF PROOF IN MATHEMATICS. **International Journal of Science and Mathematics Education**, **6**,pp191-215

Thompson, D. R., Senk, S. L., & Johnson, G. J. (2012). Opportunities to learn reasoning and proof in high school mathematics textbooks. **Journal for Research in Mathematics Education, 43,** 253–295.

Umay, A, (2003). Matematiksel muhakeme yeteneği. Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 24 (4)

Varghese,T.(2009). Secondary-level Student Teachers' Conceptions of Mathematical Proof, **The Journal**. **Vol 1 (Content Knowledge)**.

Villiers,M.(1990).**Rethinking proof with the Geometer's Sketchpad**.Emery ville,CA:Key curriculum press.

Wong, K. C. (2017, February). Reasoning-and-proving in geometry in school mathematics textbooks in Hong Kong.

الملاحق

ملحق رقم (1) : وصف لمحتوى كتب الرياضيات الفلسطينية لصفين الأول ثانوي والثاني ثانوي العلمي .

* وصف كتابي الرياضيات للصف الأول ثانوي علمي :

- الجزء الأول، ويتكون من ثلاث وحدات وهي : المتجهات و الهندسة الفراغية، المنطق الرياضي، المعادلات والمتباينات .

– الوحدة الأولى : المتجهات والهندسة الفراغية، وتتكون من سبعة دروس وهي : الإحداثيات الدّيكارتية في الفراغ ثلاثي الأبعاد، المتجهات في المستوى، العمليات على المتجهات، المتجهات في الفراغ، ضرب المتجهات، الهندسة الفراغية، نظرية الأعمدة الثلاثة .

– الوحدة الثانية : المنطق الرياضي، وتتكون من ثمانية دروس وهي : العبارة الرياضية – ونفيها، جداول الصواب – وأدوات الرباط، أدوات الربط الشرطية، العبارات الرياضية المتكافئة، الجملة المفتوحة، العبارات الرياضية المسورة، نفي العبارة المسورة، البرهان الرياضي .

– الوحدة الثالثة : المعادلات والمتباينات، وتتكون من سبعة دروس وهي : حل نظام مكون من ثلاث معادلات خطية، حل نظام من معادلتين في متغيرين : إحداهما خطّية والأخرى تربيعية، حل نظام مكون من معادلتين تربيعيتين في متغيرين، حل معادلات أسّية ولوغارتمية، حل أنظمة المتباينات الخطّيّة بمتغيرين، حل معادلات تتضمن القيمة المطلقة، حل متباينات خطية في متغيرين تتضمن القيمة المطلقة.

- الجزء الثاني : ويتكون من أربع وحدات وهي : الاحتمالات والإحصاء، المتتاليات والمتسلسلات، القطوع المخروطية، النهايات والاتصال .

– الوحدة الأولى : الاحتمالات والإتصال، وتتكون من سبعة دروس وهي : المتغير العشوائي المنفصل، التوزيع الاحتمالي، التوقع، التوزيع ذو الحدين، العلامة المعيارية، التوزيع الطبيعي (المعتدل)، تطبيقات .

– الوحدة الثانية : المتتاليات والمتسلسلات، وتتكون من ستة دروس وهي : المتتاليات، المتسلسلات، المتتاليات الحسابية (العددية)، مجموع المتسلسلة الحسابية، المتتالية الهندسية، المتسلسلة الهندسية المنتهية ومجموعها .

– الوحدة الثالثة : القطوع المخروطية، وتتكون من ثلاثة دروس وهي : القطع المكافئ، القطع الناقص، القطع الزائد .

الوحدة الرابعة : النهايات والاتصال، وتتكون من سبعة دروس وهي : نهاية الاقتران عند نقطة، نظريات في النهايات، النهايات والصورة غير المعينة، نهايات الاقترانات الدائرية، نهاية الاقتران عندما س تقترب من المالانهاية، الاتصال، نظرية بلزانو

* وصف كتاب الرياضيات للصف الثاني ثانوي علمي (الكتاب يحوي الجزأين الأول والثاني)

- الجزء الأول ويتكون من ثلاث وحدات وهي : حساب التفاضل، تطبيقات التفاضل، المصفوفات والمحددات

الوحدة الاولى : حساب التفاضل، وتتكون من سبعة دروس وهي : متوسط التغير، قواعد الاشتقاق، مشتقات الاقترانات المثلثية، قاعدة لوبيتال ومشتقة الاقتران الأسي واللوغارتمي، تطبيقات هندسية وفيزيائية، قاعدة السلسلة، الاشتقاق الضمني

الوحدة الثانية : تطبيقات التفاضل، وتتكون من خمسة دروس وهي : نظريتا رول والقيمة المتوسطة، الاقترانات المتزايدة والمتناقصة، القيم القصوى، التقعر ونقط الانعطاف، تطبيقات عملية على القيم القصوى.

الوحدة الثالثة : المصفوفات والمحددات، وتتكون من خمسة دروس وهي : المصفوفة، العمليات على المصفوفات، المحددات، النظير الضربي للمصفوفة المربعة، حل أنظمة المعادلات الخطية باستخدام المصفوفات

- الجزء الثاني ويتكون من ثلاث وحدات وهي :التكامل غير المحدود وتطبيقاته، التكامل المحدود وتطبيقاته، الأعداد المركبة

الوحدة الرابعة : التكامل غير المحدود وتطبيقاته، يتكون من أربعة دروس وهي :التكامل غير المحدود، قواعد التكامل غير المحدود، تطبيقات التكامل غير المحدود، طرق التكامل(التعويض، الأجزاء، الكسورة الجزئية).

الوحدة الخامسة : التكامل المحدود وتطبيقاته، وتتكون من خمسة دروس وهي : التجزئة ومجموع ريمان، التكامل المحدود، العلاقة بين التفاضل والتكامل، خصائص التكامل المحدود، تطبيقات التكامل المحدود (المساحة والحجم) .

الوحدة السادسة : الأعداد المركبة، وتتكون من ثلاثة دروس وهي : الأعداد المركبة، العمليات على الأعداد المركبة، قسمة الأعداد المركبة .

الملحق رقم (2) : أسئلة المقابلات شبه المفتوحة للمعلمين

هدف المقابلة : فحص مدى معرفة معلمي الرياضيات المرحلة الثانوية بالاستدلال الرياضي والبرهان وتضمينه بالحصة المدرسية .

بيانات عامة :

اسم المعلم : .....

الدرجة العلمية التي يحملها المعلم : .....

تخصص المعلم : .....

الصفوف التي يدرسها المعلم : .....

عدد سنوات الخبرة في التدريس بشكل عام وتدريس المرحلة الثانوية بشكل خاص :.....

المدرسة التي يعمل بها المعلم : .....

1.ما هي الطرق والاستراتيجيات التي تتبعها لتدريس مادة الرياضيات ؟ هل وجدتها فعّالة ومجدية ؟ كيف؟(مثلا كعمل مجموعات تعاونية، استراتيجية الإستقصاء، التعلم بالإكتشاف ...) .

2.صف لي كيف تقوم بالتحضير لبدء درس جديد على الطلبة ؟

3.ما رأيك بفتح باب الحوار والمناقشة بين الطلبة أنفسهم بتوجيه من المعلم؟ وان كنت مقتنعاً بالحوار والمناقشة ما أهمية ذلك لطلبة برأيك ؟

4.هل سبق وأتحت المجال لطلبتك بإستنباط واستخراج نتائج قوانين والتعبير عنها بالرموز ؟ هل تتذكر أمثلة محددة ؟

5.عندما يطرح الكتاب قانون دون اثبات هل تقوم بطرحه على الطلبة دون اثبات ؟ هل تتذكرين أمثلة ؟ وان كنت تثبتيها لطلبة ما أهمية ذلك برأيك ؟

6.هل سبق وأثرت تساؤل الطلبة حول قانون معين أو حل معين ومدى صحته وفعاليته في مواقف جديدة ؟ هل تتذكرين أمثلة معينة ؟ (مثلا نظرية فيثافوروس هل يمكن تطبيقها على مثلث حاد الزوايا ؟) .

7.عند عرضك لمسألة أو مشكلة معينة كيف توجه تفكير طلبتك ؟

8.ما رأيك بوضع الطلبة بمشكلة بحاجة إلى حلها الاستفادة من الخبرات السابقة ؟ هل مارستي ذلك مع طلبتك وأتحتي لهم فرصة تقييم ذاتهم وقدمتي التغذية الراجعه لهم ؟

9.هل تشجع طلبتك على التفكير بطرق حل مختلفة أم الالتزام بالطريقة التي يطرحها الكتاب المقرر ؟ هل تتذكرين أمثلة محددة ؟

10.ما رأيك بطالب قام بتخمين (حدس) جواب دون استخدام قوانين الدرس لسؤال قمت بطرحه في الحصة ؟

11.ما رأيك بالإثبات والبرهان بشكل عام ؟

12.هل سبق وأن مرّ عليك مصطلح الإستدلال الرياضي ؟ ماذا يعني لك ؟

13.برأيك هل الإستدلال الرياضي مهم لهذه المرحلة ولماذا ؟

14.ما هي أكثر أوجه الإستدلال الرياضي التي تمارسها بحصتك وتشعر أنها مجدية لطلبتك ؟

15. بنظرك كيف يثري الكتاب المدرسي أسئلة وأمثلة تشجع الطلبة على الإستدلال الرياضي والبرهان ؟ هل تتذكرين أمثلة معينة ؟

16.برأيك هل يقدم كتاب الرياضيات للصف الأول الثانوي علمي الإستدلال الرياضي بشكل كافٍ أم بحاجة إلى تعديل ؟ واذا أتيحت لكِ فرصة التعديل ما هي التعديلات التي تتخذينها ؟

17.برأيك كيف يمكننا زيادة وعي المعلمين بالإستدلال الرياضي وأهميته ؟ وإغنائه بالشرح أثناء الحصة ؟

الملحق رقم (3) : أداة تحليل المحتوى بصورتها النهائية

بيرزيت – فلسطين

كلية الدراسات العليا

السيد/ة : .....

الدرجة العلمية : ..... مكان العمل .....

تحية طيبة وبعد :

الموضوع : تحكيم أداة تحليل المحتوى .

تقوم الباحثة بإجراء دراسة لتمكنها من الحصول على درجة الماجستير في التربية تعلم الرياضيات بعنوان " **الاستدلال الرياضي لدى معلمي الرياضيات ومدى توافره في محتوى كتب الرياضيات الفلسطينية للمرحلة الثانويةحسب المعايير العالمية NCTM**"، حيث تتطلب الدراسة إعداد قائمة تخص مجال الاستدلال الرياضي والبرهان بناء على معايير المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM)؛ لمعرفة مدى توفر هذا المجال في محتوى كتب الرياضيات الفلسطينية للمرحلة الثانوية (11 – 12) الفرع العلمي، حيث يتمضن مجال الاستدلال الرياضي والبرهان عدد من المعايير الرئيسية منبثق منها عدداً من المؤشرات الفرعية، والتي تم الحصول عليها من وثيقة معايير الرياضيات المدرسية الصادرة عن المجلس القومي لمعلمي الرياضيات

(NCTM) والتي صدرت عام (2000م)، حيث شرعت الباحثة بترجمتها وعرضها على مختصين لتأكد من الصياغة والسلامة اللغوية، ومن ثم قامت الباحثة بإعداد أداة تحليل المحتوى بمساعدة المشرف وبالاستفادة من الأدب التربوي .

ومن هذا المنطلق تأمل الباحثة من حضراتكم الإطلاع على الأداة وإبداء الرأي فيها من حيث :

- ملائمتها لغاية الدراسة وأهدافها .

- ملائمتها لصفوف المرحلة الثانوية (الحادي عشر والثاني عشر العلمي) .

- وسلامة الصياغة والصحة اللغوية .

- وضوح المؤشرات ومناسبتها لتحليل المحتوى .

كل الاحترام والتقدير

الباحثة : نور محمد الجبيهي

المـــــجال : الإستدلال الرياضي والبرهان (Reasoning)				
رقم المعيار	المعايير الرئيسية في المجال	المؤشرات يُمكن المحتوى الطلبة من :		رأي المحكم ومقترحاته
1	**إدراك الإستدلال والبرهان كنواحٍ أساسية للرياضيات.**	1-1	يحتوي الكتاب على مواقف تحتاج إلى مبررات أو أسباب أو تفسير (ماذا تلاحظ ؟، ماذا تستنتج ؟، ما رأيك ؟).	
		2-1	يطرح الكتاب تساؤلات مثل (لماذا، ماذا، هل، كيف)	
		3-1	يطلب الكتاب التفكير بطرق حل أخرى	
		4-1	يطلب الكتاب التحقق من حل مسألة والتأكد من معقولية الجواب	
2	**صـــــــنع التخمينـــات رياضـــــية وتقصيها .**	1-2	يراعي الكتاب تعلم صنع تخمينات واختبارها (خمّن) (ماذا تعتقد)	
		2-2	يطرح الكتاب أسئلة مثل : - ماذا ستظن يحدث تالياً - هل هذا صحيح دائماً ؟ أحياناً ؟ إفرض كذا، فما هو التغيير إذا وجد ولماذا ؟	
		3-2	يشتمل الكتاب على مواقف تتطلب ملاحظة أنماط و	

			استنتاج قاعدة بطريقة منطقية .	
		4-2	يراعي الكتاب التعبير عن التخمينات ووصف التفكير	
		5-2	يراعي الكتاب التحقق من التخمينات باستخدام أمثلة ومواد محسوسة وحاسبات ومواد أخرى	
		6-2	يراعي الكتاب التحقق من التخمينات باستخدام تمثيلات و رموز رياضية أو رسوم بيانية	
		7-2	يراعي الكتاب العمل بمجموعات لصياغة واستكشاف التخمينات	
		8-2	يراعي الكتاب العودة إلى تخمينات تصح في سياق معين وفحص مدى صحتها في إطار جديد	
		9-2	يراعي الكتاب إيجاد مبرر للتخمين أو مثال لدحضه	
3	**تطوير وتقييم حجج رياضية وبراهين .**	1-3	يراعي الكتاب تبرير ادعاءات عامة بإستخدام حالات محددة	
		2-3	يراعي الكتاب بناء سلسلة مركبة نسبياً من الإستدلال مع تقديم أسباب رياضية	
		3-3	يطرح الكتاب أسئلة مثل : - هل ينجح هذا دائماً ؟ - هل ينجح هذا أحياناً ؟	

			– لا ينجح أبداً، لماذا ؟	
		4-3	يحتـوي الكتـاب علـى أمثلـة وأسـئلة تـدعم النقـاش الصفي للطلبة	
		5-3	يراعي الكتاب إيجاد أمثلة مضادة	
		6-3	يراعي الكتاب طرح حجج رياضية (بَيّن)	
4	**إنتقاء واستعمال أنواع متنوعة من الإستدلال وأساليب البرهان .**	1-4	يراعي الكتاب تطوير أنماط مختلفة من طرق البرهان (مباشر، غير مباشر، تناقض، استقراء رياضي ..) (ابرهن، اثبت)	
		2-4	يحتوي الكتاب على أسئلة تشجع الطلبة على التفكير انطلاقاً مما لديهم من معلومات (الاستفادة من الخبرات السابقة) .. (بناء على ما تعلمت سابقا)	